

SÉRIE A, N° 2528

N° D'ORDRE

3400

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Maurice DUCHESNE

1^{re} THÈSE. — UN RÉCEPTEUR DE LUMIÈRE A TRÈS HAUTE SENSIBILITÉ.
LE TÉLESCOPE ÉLECTRONIQUE. ÉTUDE ET AMÉLIORATION.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 1^{er} décembre 1949, devant la Commission d'Examen.

MM. DANJON	<i>Président.</i>
ROCARD	} <i>Examineurs.</i>
SOLEILLET	

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-ÉDITEUR

LIBRAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Quai des Grands-Augustins, 55

1953



FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

PRÉSENTÉE

Nom du Candidat :

DUCHESNE

Prénoms :

Maurice

éventuellement :

Nom de jeune fille :

Date de la soutenance :

Numéro d'ordre :

1^{re} THÈSE. — UN RÉCEPTEUR DE LUMIÈRE À TRÈS HAUTE SENSIBILITÉ.
LE TÉLESCOPE ÉLECTRONIQUE. ÉTUDE ET AMÉLIORATION.2^e THÈSE. — PROPORTIONS DÉTERMINÉES PAR LA FACULTÉ

DUCHESNE (Maurice). — Un récepteur de lumière à très haute sensibilité. Le télescope électronique. Étude et amélioration. — Paris, Imp. Gauthier-Villars, 1953. In-8°, 88 p., avec figures.

Th. Sc. Phys. Paris, 1949. Série A 2528. N° 3400.

DUCHESNE (Maurice). — Un récepteur de lumière à très haute sensibilité. Le télescope électronique. Étude et amélioration. — Paris, Imp. Gauthier-Villars, 1953. In-8°, 88 p., avec figures.

Th. Sc. Phys. Paris, 1949. Série A 2528. N° 3400.

DUCHESNE (Maurice). — Un récepteur de lumière à très haute sensibilité. Le télescope électronique. Étude et amélioration. — Paris, Imp. Gauthier-Villars, 1953. In-8°, 88 p., avec figures.

Th. Sc. Phys. Paris, 1949. Série A 2528. N° 3400.

DUCHESNE (Maurice). — Un récepteur de lumière à très haute sensibilité. Le télescope électronique. Étude et amélioration. — Paris, Imp. Gauthier-Villars, 1953. In-8°, 88 p., avec figures.

Th. Sc. Phys. Paris, 1949. Série A 2528. N° 3400.

Nom du Candidat :

DUCHESNE

Prénoms :

Maurice

Éventuellement :

Nom de jeune fille :

Date de la soutenance :

Numéro d'ordre :

DUCHESNE (Maurice). — Un récepteur de lumière à très haute sensibilité. Le télescope électronique. Étude et amélioration. — Paris, Imp. Gauthier-Villars, 1933. In-8°, 88 p. avec figures.

Tr. Sc. Phys. Paris, 1933. 25 fr. 4 3228. N° 3400.

DUCHESNE (Maurice). — Un récepteur de lumière à très haute sensibilité. Le télescope électronique. Étude et amélioration. — Paris, Imp. Gauthier-Villars, 1933. In-8°, 88 p. avec figures.

Tr. Sc. Phys. Paris, 1933. 25 fr. 4 3228. N° 3400.

DUCHESNE (Maurice). — Un récepteur de lumière à très haute sensibilité. Le télescope électronique. Étude et amélioration. — Paris, Imp. Gauthier-Villars, 1933. In-8°, 88 p. avec figures.

Tr. Sc. Phys. Paris, 1933. 25 fr. 4 3228. N° 3400.

DUCHESNE (Maurice). — Un récepteur de lumière à très haute sensibilité. Le télescope électronique. Étude et amélioration. — Paris, Imp. Gauthier-Villars, 1933. In-8°, 88 p. avec figures.

Tr. Sc. Phys. Paris, 1933. 25 fr. 4 3228. N° 3400.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Maurice DUCHESNE

1^{re} THÈSE. — UN RÉCEPTEUR DE LUMIÈRE A TRÈS HAUTE SENSIBILITÉ.
LE TÉLESCOPE ÉLECTRONIQUE. ÉTUDE ET AMÉLIORATION.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 1^{er} décembre 1949, devant la Commission d'Examen.

MM. DANJON	<i>Président.</i>
ROCARD	} <i>Examineurs.</i>
SOLEILLET	

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-ÉDITEUR

LIBRAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
Quai des Grands-Augustins, 55

1953

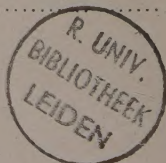
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS.

Doyen..... A. CHATELET.

PROFESSEURS

G. JULIA.....	†	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	MONNIER.....	Physiologie générale.
A. DENJOY.....	†	Théorie des fonctions et Topologie.	PIVETEAU.....	† Géologie.
L. LUTAUD.....	†	Géographie physique et Géologie dynamique.	ROCARD.....	† Physique.
E. DARMOIS.....	†	Enseignement de Physique.	H. CARTAN.....	† Mathématiques.
Robert LÉVY.....	†	Physiologie comparée.	SCHAEFFER.....	† Physiologie des fonctions.
Henri VILLAT.....	†	Mécanique des fluides et applications.	LAFFITTE.....	† Chimie (P. C. B.)
Ch. JACOB.....	†	Géologie.	FAYARD.....	† Calcul des probabilités et Physique-Mathématique.
P. PASCAL.....	†	Chimie générale.	COULOMB.....	† Physique du Globe.
M ^{me} RAMART-LUCAS	†	Chimie organique.	M ^{lle} COUSIN.....	† Biologie animale (P. C. B.).
Foch.....	†	Mécanique physique et expérimentale.	CHRÉTIEN.....	Chimie (P. C. B.).
PAUTHENIER.....	†	Electrotechnique générale.	P. DRACH.....	Zoologie.
De BROOLIE.....	†	Théories physiques.	KASTLER.....	Physique.
JOB.....	†	Chimie générale.	CHATELET.....	† Arithmétique et théorie des nombres.
PRENANT.....	†	Anatomie et Histologie comparées.	EPHROSSI.....	† Génétique.
COMBES.....	†	Physiologie végétale.	WURMSER.....	† Biologie physico-chimique.
GARNIER.....	†	Géométrie supérieure.	BAUER.....	† Chimie-Physique.
PÉRÈS.....	†	Mécanique rationnelle.	RIVIÈRE.....	Géologie (P. C. B.).
HACKSPILL.....	†	Chimie minérale.	GAUTHERET.....	Biologie végétale (P. C. B.).
LAUGIER.....	†	Physiologie générale.	LUCAS.....	Physique.
TOUSSAINT.....	†	Technique Aéronautique.	A. THOMAS.....	Evolution des êtres organisés.
M. CURIE.....	†	Physique (P. C. B.).	ARNULF.....	Optique appliquée.
G. RIBAUD.....	†	Hautes températures.	MAX MORAND.....	Physique.
CHAZY.....	†	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	SOLEILLET.....	Physique.
CROZE.....	†	Physique théorique et Physique céleste.	FORTIER.....	Mécanique expérimentale des fluides.
DUPONT.....	†	Théories chimiques.	DANJON.....	† Astronomie.
VALIRON.....	†	Calcul différentiel et Calcul intégral.	FROMAGEOT.....	Chimie biologique.
BARRABÉ.....	†	Géologie structurale et Géologie appliquée.	LAPORTE.....	Physique générale et Radio-activité.
VAYON.....	†	Analyse et mesures chimiques.	JANET.....	Mathématiques générales.
G. DARMOIS.....	†	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	PETIT.....	† Biologie maritime.
Jacques BOURCART	†	Géographie physique et Géologie dynamique.	QUENEY.....	† Météorologie et dynamique atmosphérique.
AUBEL.....	†	Chimie biologique.	GALLIEN.....	Biologie animale (P. C. B.).
M ^{me} JOLIO-CURIE.	†	Physique générale et Radio-activité.	EICHHORN.....	Biologie végétale (P. C. B.).
PLANTEFOL.....	†	Botanique.	DE CUGNAC.....	Biologie végétale (P. C. B.).
CABANNES.....	†	Recherches physiques.	LAVAL.....	Physique (P. C. B.).
GRASSÉ.....	†	Evolution des êtres organisés.	M ^{lle} CAUCHOIS.....	Chimie-Physique.
PRÉVOST.....	†	Chimie organique.	THELLIER.....	Physique du Globe.
BOULIGAND.....	†	Application de l'Analyse à la Géométrie.	AUDUBERT.....	Electrochimie.
CHAUDRON.....	†	Chimie appliquée.	L'HÉRITIER.....	Génétique.
WYART.....	†	Minéralogie.	GRIVET.....	† Radioélectricité.
TEISSIER.....	†	Zoologie.	PONCIN.....	Mécanique des fluides.
MANGENOT.....	†	Biologie végétale.	THONY.....	† Mécanique appliquée.
P. AUGER.....	†	Physique quantique et relative.	DUBREIL.....	Mathématiques générales.
			QUELET.....	Chimie (P. C. B.).
			CAGNIARD.....	Géophysique appliquée.
			CHAMPETIER.....	Chimie appliquée.
			CUVILLIER.....	Géologie structurale et Géologie appliquée.
			JUNG.....	Pétrographie.
			TRILLAT.....	Physique (P. C. B.).
			WIEMANN.....	Chimie (P. C. B.).

Secrétaire..... CH. MONIER.



PREMIÈRE THÈSE.

UN RÉCEPTEUR DE LUMIÈRE A TRES HAUTE SENSIBILITÉ : LE TÉLESCOPE ÉLECTRONIQUE. ÉTUDE ET AMÉLIORATION

Le principe du télescope électronique est très simple : sur une cathode photoémissive, on forme l'image à étudier; les électrons émis par cette dernière sont accélérés par un champ électrique et une optique électronique appropriée permet de restituer sur un écran fluorescent ou sur une plaque photographique l'image initiale formée sur la photocathode. Le télescope électronique à enregistrement photographique présente un grand intérêt pour l'étude des spectres peu intenses ainsi que pour celle des étoiles faibles. La plaque photographique, en effet, pouvant accumuler l'énergie qu'elle reçoit et les couches photoélectriques ne présentant pas de seuil pour les faibles éclaircissements, on peut, en principe, enregistrer des flux lumineux aussi faibles que l'on veut. A. Lallemand [1], en 1939, en utilisant un télescope électronique à focalisation magnétique, dont le champ accélérateur était de l'ordre de 50 000 V, a montré expérimentalement tout l'intérêt d'un tel dispositif.

Le télescope électronique, cependant, a été presque exclusivement étudié et utilisé, dans un but militaire, pour transformer une image infrarouge en une image visible : c'est alors un transformateur ou convertisseur d'images. Parmi les principales réalisations, on peut citer les télescopes électroniques de G. Holst, J. H. de Boer, M. C. Teves et C. F. Veenemans [2], de F. Coeterier et M. C. Teves [3], de W. Heiman [4], de W. Schaffernicht [5], de V. K. Zworykin et G. A. Morton [6], de H. Iams, G. A. Morton et V. K. Zworykin [7], de F. Coeterier et M. C.

Teves [8]; pendant la guerre, les Américains utilisèrent un convertisseur qui a été décrit par G. A. Morton et L. E. Flory [9]. Ces télescopes électroniques ont un système focalisateur, soit électrostatique, soit électromagnétique; les modèles les plus récents, cependant, sont à focalisation purement électrostatique, des questions d'encombrement, en raison des faits de guerre, les ayant fait préférer. Le champ accélérateur est de 10 000 à 15 000 V; la photocathode est constituée par une couche de césium déposée sur de l'argent oxydé et l'image électronique est formée sur un écran fluorescent à base de sulfure de zinc ou de willémitte; cette dernière présente l'avantage d'être peu sensible à la contamination par le césium et de donner une fluorescence gris-vert, qui correspond à peu près au maximum de sensibilité de l'œil.

Au cours de ces dernières années, d'importants progrès ont été réalisés dans les différents domaines de la Physique dont le télescope électronique est une application. La sensibilité des couches photoélectriques a été améliorée et, en 1940, A. M. Glover et R. B. Janes [10] annonçaient avoir trouvé une surface au césium, très stable, dont le rendement quantique atteignait 26 %. R. Fleischer [11] avait déjà obtenu des rendements du même ordre en adsorbant du potassium sur une très mince feuille d'or. En ce qui concerne les plaques photographiques, l'emploi du microscope électronique a nécessité l'étude de plaques possédant, pour les électrons, un rendement énergétique élevé. De nouvelles émulsions, dites émulsions corpusculaires, NT 2a Kodak et G5 Ilford, par exemple, permettent de détecter un électron.

Ces récents progrès, en augmentant encore les possibilités du télescope électronique à enregistrement photographique, montrent tout l'intérêt qu'il y avait à poursuivre son étude. Il n'est pas déraisonnable de penser, en effet, qu'avec un appareil bien étudié, on puisse enregistrer des objets très faiblement lumineux en un temps 100 fois plus petit que le temps nécessaire avec les procédés classiques.

Trois qualités caractérisent l'image donnée par un télescope électronique; ce sont : la luminosité, la définition et le contraste.

La luminosité de l'image est fonction de la sensibilité de la couche photoélectrique, de l'énergie des électrons et du rendement énergétique de l'écran fluorescent ou de la plaque photographique. Au point de vue de l'énergie des électrons, on est limité, dans le sens des grandes vitesses, par la nécessité d'éviter des claquages entre les diverses électrodes ou entre celles-ci et les parois du tube.

La définition de l'image est liée à l'étude de l'optique électronique du télescope.

Cette étude peut être faite en déterminant expérimentalement la valeur optimum des divers paramètres dont dépendent les propriétés du système focalisateur. Une telle étude est très longue et très onéreuse, car elle nécessite la construction de nombreux tubes, dont plusieurs

risquent d'être inutilisables, parce qu'au cours de leur fabrication l'un des éléments qui les constituent aura été mal réalisé. Il y a donc intérêt à posséder des méthodes permettant de calculer, pour un système donné, les différentes propriétés du premier ordre et d'évaluer les diverses aberrations. Au cours de ce travail, nous nous bornerons au cas du télescope électronique électrostatique à symétrie de révolution; l'étude de l'optique électronique d'un tel télescope se ramène à celle des propriétés du champ électrostatique créé par un objectif à immersion. On trouve dans la littérature très peu de renseignements concernant l'étude de ces lentilles électroniques. Leurs propriétés focalisantes dépendent de plusieurs paramètres et l'on doit, dans chaque cas particulier, déterminer le réseau d'équipotentiels et calculer, à l'aide de trajectoires électroniques particulières, la position du plan image et le grandissement linéaire. Ces calculs sont assez longs et il serait intéressant de pouvoir évaluer, en vue d'une première réalisation, même avec une approximation grossière, les propriétés du premier ordre. Dans la première partie de notre exposé, nous considérerons le cas de l'objectif à immersion constitué par une cathode plane et par deux diaphragmes portés à des potentiels différents et nous établirons deux formules permettant de calculer la position du plan image et le grandissement linéaire. Ces formules ne fournissent qu'une première approximation; pour une détermination plus exacte des propriétés du premier ordre, il est indispensable de connaître la fonction potentiel le long de l'axe de symétrie ainsi que sa dérivée première; la connaissance de la dérivée seconde est nécessaire si l'on veut évaluer les diverses aberrations du troisième ordre. Ces dérivées étant généralement calculées par dérivation graphique de la fonction potentiel sur l'axe, déduite de la carte du potentiel déterminée à la cuve rhéographique, il est évident qu'elles ne seront connues qu'avec une précision médiocre. Dans le cas particulier choisi, nous montrerons que le potentiel le long de l'axe ainsi que ses dérivées peuvent être calculés avec une bonne précision par intégration de l'équation de Laplace en considérant le potentiel comme une combinaison linéaire de fonctions dans lesquelles les variables ont été séparées.

Le télescope électronique utilise des électrons éloignés de l'axe, dont la direction de la vitesse fait un angle important avec celui-ci. Les photo-électrons sont émis avec des vitesses faibles; en raison du gradient de potentiel relativement élevé qui existe au voisinage de la cathode, les pinceaux électroniques émis par les différents points de cette dernière ont une petite section et les cinq aberrations du troisième ordre ne sont pas d'égale importance : la courbure de champ est celle qu'il est le plus utile de connaître. En optique ordinaire, les aberrations du troisième ordre ne suffisent pas pour les très grandes ouvertures et les calculs sont inextricables pour les lentilles épaisses : on est amené à calculer la marche de rayons lumineux. En optique électronique, on ne sait calculer

les trajectoires électroniques que dans le cas des électrons paraxiaux. On peut utiliser pour la détermination des trajectoires marginales différents procédés graphiques qui, ne donnant malheureusement qu'une précision médiocre, ne permettent pas d'évaluer, même grossièrement, la courbure de champ. Il y avait donc intérêt à posséder une méthode permettant de calculer les trajectoires marginales avec une bonne précision. Dans la deuxième partie de notre travail, nous exposerons une méthode numérique permettant de calculer les trajectoires marginales à partir des équipotentielles déterminées à la cuve rhéographique. Afin d'éprouver le procédé, nous comparerons, dans le cas particulier du mouvement d'un électron dans le champ électrostatique créé par un condensateur sphérique, la trajectoire calculée par cette méthode avec celle obtenue par la mécanique rationnelle. Comme application et dans le cas d'un télescope électronique à cathode courbe, nous évaluerons l'ordre de grandeur de la courbure de champ.

En l'absence de photons incidents, l'écran fluorescent d'un télescope électronique est le siège d'une émission lumineuse parasite. Cette émission parasite est tout à fait indésirable, car elle diminue le *contraste de l'image* et empêche la vision des objets faiblement éclairés. Dans la troisième partie de notre exposé, nous analyserons et déterminerons l'importance des diverses causes possibles de lumière parasite. Étant donnée l'importante contribution des électrons parasites d'origine thermique, nous étudierons la variation du courant résiduel en fonction de la température.

CHAPITRE I.

UN CAS PARTICULIER D'OBJECTIF A IMMERSION A SYMÉTRIE AXIALE :
DÉTERMINATION APPROXIMATIVE DES PROPRIÉTÉS DU PREMIER ORDRE
ET CALCUL DU POTENTIEL LE LONG DE L'AXE ET DE SES DÉRIVÉES.

L'étude de l'optique électronique d'un télescope électronique électrostatique à symétrie axiale se ramène à celle des propriétés focalisantes du champ électrostatique à symétrie de révolution créé par un objectif à immersion. Dans le cas général, un tel objectif est constitué par une cathode C, que l'on peut supposer arbitrairement au potentiel O et par une série d'électrodes $E_1, E_2, \dots$ portées aux potentiels $V_1, V_2, \dots$. L'étude des propriétés du premier ordre de ce système ne comporte pas, comme dans le cas des autres lentilles électroniques, la détermination de tous les éléments cardinaux; la cathode, en effet, jouant le rôle de plan objet, il est seulement utile de connaître la position du plan image et le grandissement linéaire. On procède de la manière suivante : après avoir déterminé la carte du potentiel, on calcule la trajectoire d'un électron

paraxial émis par le centre de la cathode; on suppose que cet électron possède une vitesse v (1 eV, par exemple) faisant un angle θ avec l'axe de symétrie du système : le plan image est un plan perpendiculaire à l'axe passant par l'intersection O' de la trajectoire avec celui-ci. Pour calculer le grandissement linéaire, on détermine la trajectoire d'un électron émis parallèlement à l'axe à une distance OP de celui-ci; la trajectoire rencontre le plan image en P' et le grandissement linéaire est

$$G = \frac{O'P'}{OP}.$$

Cette méthode est applicable dans le cas le plus général, mais elle est assez longue, puisque dans chaque cas particulier on doit déterminer le réseau d'équipotentielles et calculer deux trajectoires électroniques. On voit donc tout l'intérêt qu'il y a de pouvoir déterminer rapidement, en vue d'une première réalisation, même avec une approximation grossière, les propriétés du premier ordre.

L'objectif à immersion le plus simple est constitué par une cathode plane et par deux diaphragmes de diamètres identiques portés aux potentiels V_1 et V_2 .

Détermination approximative des propriétés du premier ordre.

— Si l'on prend comme unité de longueur (*fig. 1*) la distance a qui sépare la cathode du premier diaphragme, les propriétés focalisantes d'un tel objectif dépendent de trois paramètres :

- 1° Le rayon R des diaphragmes;
- 2° L'écartement b des diaphragmes;
- 3° Le rapport $k = \frac{V_2}{V_1}$ des potentiels.

Le potentiel le long de l'axe varie selon une courbe dont l'allure générale est représentée en pointillé. En première approximation, on peut substituer à cette courbe la ligne brisée $OABC$: cela revient à considérer des diaphragmes de très petits diamètres.

L'action focalisante d'un tel champ électrostatique se compose, d'une part, de l'action du champ constant E_1 existant entre la cathode et le premier diaphragme et, d'autre part, de l'action focalisante d'une lentille à immersion constituée par deux très petits diaphragmes portés aux potentiels V_1 et V_2 . Les électrons quittent la cathode avec des vitesses différentes orientées dans toutes les directions; si l'on considère seulement ceux dont la vitesse est orientée parallèlement à la cathode, leurs trajectoires sont des paraboles dont le sommet est sur cette dernière. Un électron issu de O , par exemple, rencontrera en Q le plan contenant le premier diaphragme. D'après une propriété connue de la parabole, on a (*fig. 2*),

$TO = a$. T peut être considéré comme une image virtuelle du point O de la cathode, image virtuelle qui joue le rôle d'objet pour la lentille à immersion. On pourra donc calculer les propriétés du premier ordre de l'objectif à immersion, si l'on sait déterminer les éléments cardinaux de cette lentille. Remarquons que les électrons n'étant pas tous émis parallèlement à la cathode, l'image de O n'est pas un point; dans le plan perpendiculaire en T à l'axe de symétrie, l'image virtuelle de O est un petit cercle dont le rayon est inversement proportionnel à E_1 .

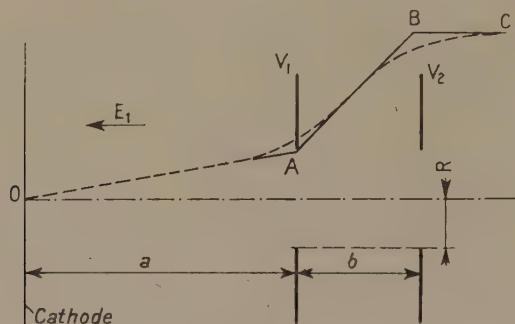


Fig. 1.

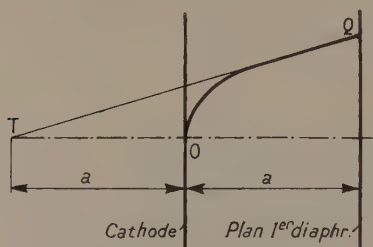


Fig. 2.

Le potentiel le long de l'axe de la lentille à immersion est représenté par la ligne brisée ABCD (fig. 3). Pour déterminer la position du foyer image, on calculera la trajectoire d'un électron dont la vitesse est, dans l'espace-objet, parallèle à l'axe de symétrie : le foyer image f_i est situé à l'intersection de cette trajectoire avec l'axe. Le plan principal image H_i est un plan perpendiculaire à l'axe passant par l'intersection de la trajectoire avec la prolongation de la partie de cette dernière située dans l'espace image. Pour déterminer le foyer objet et le plan principal objet, on considérera la trajectoire d'un électron émis dans l'espace image parallèlement à l'axe de symétrie. Pour calculer ces trajectoires, on peut utiliser la méthode de R. Gans [14].

Méthode de R. Gans. — Dans cette méthode, on substitue à la courbe du potentiel réelle $\varphi(z)$, le polygone inscrit ABCD. Si l'on prend l'équation différentielle de la trajectoire d'un électron paraxial sous la forme [15]

$$\sqrt{\varphi} \frac{d}{dz} \left(\sqrt{\varphi} \frac{dr}{dz} \right) = -\frac{r}{4} \varphi'',$$

r étant la distance de l'électron à l'axe de symétrie Oz , φ le potentiel

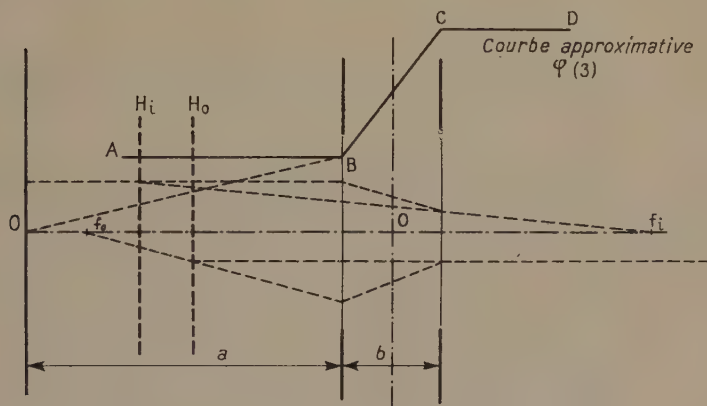


Fig. 3.

le long de l'axe et φ'' la dérivée seconde par rapport à z , sur chacun des segments tel que AB le champ électrique est constant et l'on a

$$\frac{d}{dz} \left(\sqrt{\varphi} \frac{dr}{dz} \right) = 0 \quad \text{pour } \varphi \neq 0.$$

En intégrant,

$$\sqrt{\varphi_A} \left(\frac{dr}{dz} \right)_A = \sqrt{\varphi_B} \left(\frac{dr}{dz} \right)_B = C_{AB}.$$

En passant d'un côté au suivant, la valeur de $\left(\frac{dr}{dz} \right)$ subit une discontinuité; pour la déterminer, il faut considérer la dérivée seconde du potentiel au voisinage du sommet correspondant : sur un petit espace entourant ce sommet, la variation de φ est lente par rapport à celle de φ'' ; en considérant φ comme constant et en intégrant au point B,

$$\left(\frac{dr}{dz} \right)_B^+ = \left(\frac{dr}{dz} \right)_B^- - \frac{r_B}{4\varphi_B} (\varphi'_{BC} - \varphi'_{AB}),$$

l'indice $+$ indique que l'on considère la valeur de $\left(\frac{dr}{dz} \right)$ à droite de B,

l'indice — indiquant sa valeur à gauche; r_B est la valeur de r à la fin du segment AB, φ_B la valeur du potentiel en B, — φ'_{BC} et — φ'_{AB} les valeurs du champ électrique le long des segments BC et AB.

Le long du segment AB, on a

$$\sqrt{\varphi} \frac{dr}{dz} = C_{AB}.$$

En intégrant, il vient

$$r_B = r_A + \frac{2 C_{AB}}{\varphi'_{AB}} (\sqrt{\varphi_B} - \sqrt{\varphi_A}).$$

Connaissant r_A et $\left(\frac{dr}{dz}\right)_A^+$, on peut calculer C_{AB} , puis r_B et $\left(\frac{dr}{dz}\right)_B^-$; on calculera ensuite $\left(\frac{dr}{dz}\right)_B^+$, r_C et $\left(\frac{dr}{dz}\right)_C^-$ et ainsi de suite.

Calcul des éléments cardinaux de la lentille à immersion. — Pour un électron issu, dans l'espace-objet, parallèlement et à la distance r_0 de l'axe, on a

$$r_B = r_0, \quad \left(\frac{dr}{dz}\right)_B^- = 0, \quad \left(\frac{dr}{dz}\right)_{rB}^+ = \frac{r_0}{b} \frac{V_2 - V_1}{4 V_1}, \quad C_{BC} = \frac{r_0}{b} \frac{V_2 - V_1}{4 \sqrt{V_1}},$$

d'où

$$r_C = r_0 \left(\frac{3 \sqrt{V_1} - \sqrt{V_2}}{2 \sqrt{V_1}} \right), \quad \left(\frac{dr}{dz}\right)_C^- = - \frac{r_0}{b} \frac{V_2 - V_1}{4 \sqrt{V_2} V_1},$$

$$\left(\frac{dr}{dz}\right)_C^+ = \frac{3 r_0}{8 b V_2 \sqrt{V_1}} (\sqrt{V_2} - \sqrt{V_1}) (V_2 - V_1).$$

On trouve alors

$$f_i = - \frac{r_0}{\left(\frac{dr}{dz}\right)_C^+} = \frac{8 b}{3 \left(\sqrt{\frac{V_2}{V_1}} - 1 \right) \left(1 - \frac{V_1}{V_2} \right)}$$

et, puisque $\frac{f_i}{f_0} = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}}$,

$$f_0 = \frac{8 b}{3 \left(1 - \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} \right) \left(\frac{V_2}{V_1} - 1 \right)}.$$

Si l'on compte les distances à partir du centre de la lentille, les plans principaux sont définis par les distances h_i et h_0

$$h_i = \frac{b}{2} - \frac{4 b V_2}{3 (V_2 - V_1)}, \quad h_0 = \frac{b}{2} - \frac{4 b V_1}{3 (V_2 - V_1)}.$$

Ces formules montrent que les plans principaux sont croisés.

Grandissement et distance cathode-plan image de l'objectif à immersion.
— Connaissant les éléments cardinaux de la lentille à immersion, on peut

calculer le grandissement linéaire et la distance cathode-plan image de l'objectif considéré. En appliquant la formule des systèmes centrés, on a sur la figure 4 :

$$l_i = \frac{f_i l_0}{l_0 - f_0}.$$

La lentille constituée par les deux diaphragmes étant une lentille à immersion, le grandissement linéaire est

$$G = \frac{l_i}{l_0} \sqrt{\frac{V_1}{V_2}} = \frac{1}{\sqrt{k}} \frac{f_i}{l_0 - f_0}$$

en appelant k le rapport des potentiels V_2 et V_1 .

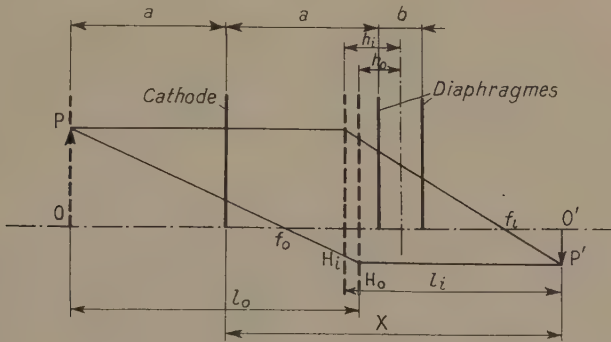


Fig. 4.

En remplaçant f_i , f_0 et l_0 par leur valeur, on trouve après simplifications

$$\sqrt{k} G = \frac{4k \frac{b}{a}}{3(\sqrt{k} - 1)(k - 1) - 2(3\sqrt{k} - 1)\frac{b}{a}}.$$

Soit X la distance cathode-plan image, on a

$$X = a + \frac{b}{2} - h_i + l_i.$$

Après simplifications et en faisant apparaître le rapport $\frac{b}{a}$, il vient

$$\frac{X}{a} = 1 + \frac{b}{a} + \frac{1}{3(k-1)} \left\{ 2\sqrt{k} G \left[3(k-1) - 2\frac{b}{a} \right] - 4k \frac{b}{a} \right\}.$$

Application. — Dans tous les appareils d'optique, la brillance de l'image est égale à celle de l'objet; avec un télescope électronique, il est possible, en diminuant le grandissement du système focalisateur, d'augmenter la brillance de l'image, ce qui est un avantage considérable pour l'étude des objets de grandes dimensions, mais de très faibles brillances comme, par exemple, les écrans radioscopiques ou les nébuleuses. Suivant l'emploi auquel on destine un télescope électronique, on aura donc à faire le projet d'un objectif à immersion permettant d'obtenir un grandissement déterminé. Si l'on veut étudier, par exemple, certaines étoiles ou certains spectres, on désirera obtenir un grandissement de 1, alors que pour d'autres études, telles que celle d'une nébuleuse, il sera souhaitable d'avoir un grandissement de 1/10 ou même 1/100.

La question qui se pose est de savoir si, avec un objectif à immersion constitué par une cathode plane et par deux diaphragmes, de tels grandissements peuvent être obtenus pratiquement. Les deux formules que nous avons établies précédemment permettent de répondre à cette question. Ces formules dépendent de plusieurs paramètres; dans le tableau I, pour des grandissements de 1, 1/10 et 1/100, nous avons calculé les quantités $\frac{b}{a}$ et $\frac{X}{a}$ correspondant à différentes valeurs du rapport k des potentiels des diaphragmes. Dans les colonnes 4, 5, 6 et 7, nous avons indiqué, pour des potentiels accélérateurs de 15 000 et 60 000 V, les valeurs correspondantes de $E_1 a$ et $E_2 a$, E_1 et E_2 étant le champ électrique existant, d'une part, entre la cathode et le premier trou et, d'autre part, entre les deux diaphragmes. Dans la colonne 8, enfin, nous avons indiqué la valeur du rapport des champs E_2 et E_1 .

TABLEAU I.

k .	$\frac{b}{a}$.	$\frac{X}{a}$.	$V_2 = 15\ 000\ \text{V.}$		$V_2 = 60\ 000\ \text{V.}$		$\frac{E_2}{E_1}$.
			$E_1 a.$	$E_2 a.$	$E_1 a.$	$E_2 a.$	
1...			Lentille divergente				
4...	0,5	4,17	3 750	22 500	15 000	90 000	5,9
9...	1,71	5,29	1 670	7 800	6 680	31 200	4,7
16...	3,55	6,24	947	4 000	3 788	16 000	4,2
25...	6	7	600	2 400	2 400	9 600	4
1...			Lentille divergente				
4...	0,1	1,31	3 750	112 500	15 000	450 000	30
9...	0,35	1,41	1 670	38 200	6 680	152 800	22,8
16...			L'image se forme à l'intérieur de l'objectif				
1...			Lentille divergente				
4...	0,012	1,031	3 750	940 000	15 000	3 760 000	250
9...	0,039	1,040	1 670	342 000	6 680	1 368 000	204
16...			L'image se forme à l'intérieur de l'objectif				

Grandiss. 1

Grandiss. 1/10

Grandiss. 1/100

On ne peut soumettre la photocathode à un gradient de potentiel trop élevé : dans la troisième partie de cet exposé, nous montrerons que des champs de l'ordre de 400 V/cm ne produisent qu'une émission de champ inappréciable. En prenant pour champ électrique E_1 la valeur 400 V/cm, nous avons représenté sur la figure 5 différents objectifs à immersion dont

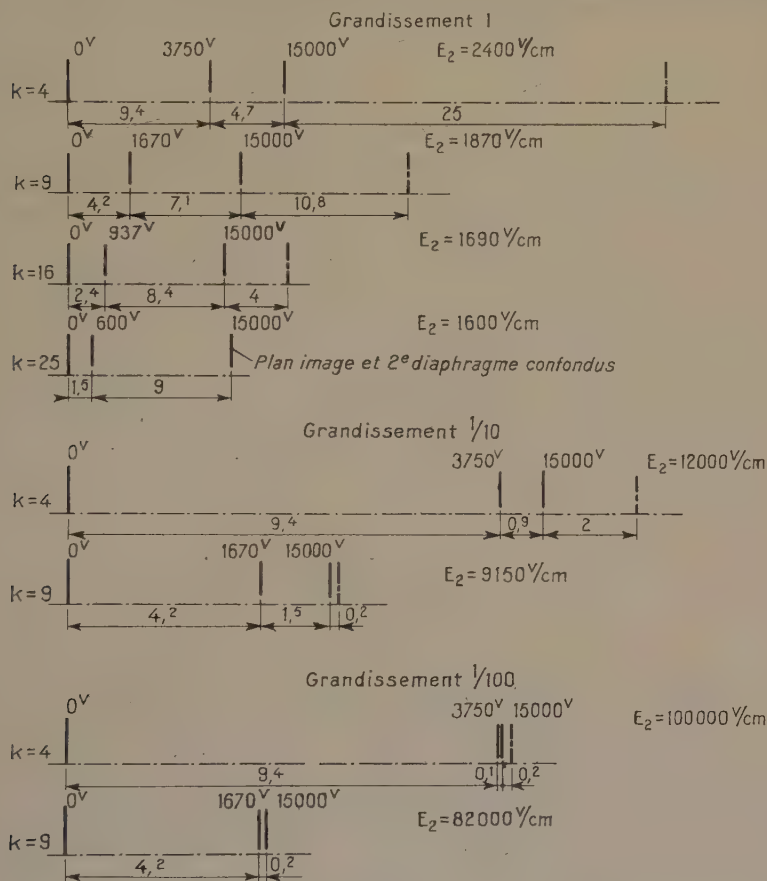


Fig. 5.

les paramètres sont aisément calculables à partir des données figurant dans le tableau I. Ces schémas se rapportent à des objectifs fonctionnant sous 15 000 V; il suffit de multiplier toutes les dimensions, exprimées en centimètres, par 4 pour obtenir les schémas des télescopes fonctionnant sous 60 000 V (les champs électriques E_1 et E_2 sont identiques dans les deux cas). On voit que pour obtenir un grandissement de 1, on est amené à choisir un rapport des potentiels compris entre 9 et 16, si l'on veut

un appareil dont l'encombrement soit raisonnable; dans ce cas, le champ électrique entre les deux diaphragmes est de l'ordre de 2 000 V/cm, ce qui est très acceptable, puisque l'on peut admettre un champ électrique E_2 de 10 000 à 20 000 V/cm. Pour obtenir un grandissement de $1/10$, on devra choisir un rapport k plus petit, de l'ordre de 4, avec un rapport $k = 9$, la figure montre que le plan image est beaucoup trop près du deuxième diaphragme pour permettre une réalisation pratique. En ce qui concerne le grandissement $1/100$, aucun des schémas ne peut convenir, car le champ électrique E_2 dépasse très largement la valeur maximum permise. Ces résultats ne sont valables que pour des objectifs possédant des diaphragmes de diamètre suffisamment petit; si l'on augmente le diamètre de ces derniers, le système, ainsi que nous le montrerons, étant moins convergent, le plan image est reculé et le grandissement est augmenté; pour le ramener à la valeur $1/100$, on devra rapprocher les deux diaphragmes, ce qui aura pour effet d'augmenter encore la valeur du champ électrique E_2 .

Dans cette discussion, nous n'avons considéré que les cas où le plan image est situé à l'extérieur des diaphragmes; or, les formules précédentes montrent que pour un rapport k suffisamment élevé, le plan image peut se trouver entre ces derniers. En ne considérant que le cas du grandissement $1/100$, on trouve, pour $\frac{b}{a}$ et $\frac{X}{a}$ en fonction de k

k	$\frac{b}{a}$	$\frac{X}{a}$
16.....	0,0833	1,049
25.....	0,142	1,045

Sur la figure 6, le schéma du haut représente un objectif pour lequel

$$k = 16, \quad a = 10 \text{ cm}, \quad V_2 = 16\,000 \text{ V}.$$

On voit que le plan image se trouve approximativement au milieu des diaphragmes; le champ E_2 est de 18 000 V/cm et le champ E_1 sur la cathode est de 100 V/cm.

Pour réaliser un télescope donnant un grandissement de $1/100$, on pourra supprimer le second diaphragme et créer, par exemple, entre le premier trou et l'écran fluorescent, un champ électrique de 18 000 V/cm : la disposition des éléments et leurs potentiels respectifs sont indiqués sur le schéma du bas.

Ce dernier schéma a été réalisé dans notre laboratoire. La cathode, constituée par un disque en nickel, est percée d'un trou au centre duquel est placée la partie médiane d'un filament de tungstène chauffé à l'aide d'une batterie d'accumulateurs. Le diaphragme est un disque, également en nickel, percé d'un trou de 2 mm de diamètre. Les points d'impact

des électrons émis par le filament sont rendus visibles grâce à un dépôt de willémite sur la troisième électrode.

Lorsque l'on fait varier les potentiels de fonctionnement, on constate que, pour un rapport déterminé de ces derniers, les électrons se rassemblent sur une surface de l'écran qui est très petite et dont la brillance est élevée. Un tel dispositif ne permet évidemment pas de mesurer le grossissement, mais il permet de déterminer la valeur du rapport k des potentiels pour lequel l'image du filament est le plus nette. Nous avons trouvé expérimentalement

$$V_2 = 10\,350\text{ V}, \quad V_1 = 1\,050\text{ V},$$

ce qui correspond à un rapport des champs électriques de 178, valeur qui est en bon accord avec la valeur 180 prévue théoriquement.

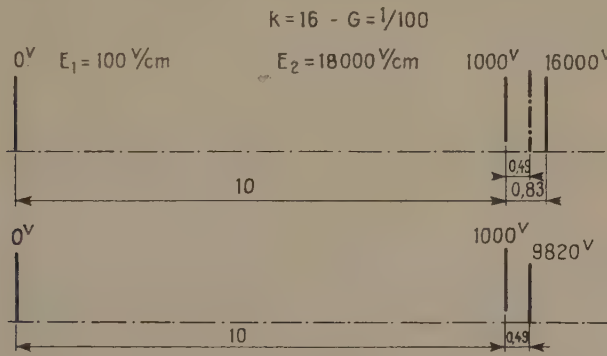


Fig. 6.

On voit, dans le tableau I, que le rapport $\frac{E_2}{E_1}$ des champs électriques est approximativement constant pour un grandissement donné, de sorte que l'on peut énoncer la loi suivante : « Pour l'objectif à immersion considéré, chaque grandissement linéaire est caractérisé par une valeur déterminée du rapport $\frac{E_2}{E_1}$, et cela indépendamment, en première approximation, de la valeur des autres paramètres ». Il nous a donc semblé intéressant d'étudier la variation du grandissement en fonction du rapport $\frac{E_2}{E_1}$. Nous avons choisi pour cette étude le cas où l'image se forme dans le plan du deuxième diaphragme, car il est possible, avec cette condition, de trouver une relation simple entre G et $\frac{E_2}{E_1}$.

La formule donnant la distance cathode-plan image montre que l'image se forme dans le plan du deuxième diaphragme lorsque l'on a

$$2\sqrt{k}G \left[3(k-1) - 2\frac{b}{a} \right] = 4k\frac{b}{a}.$$

Tirons $\frac{b}{a}$ de cette équation :

$$\frac{b}{a} = \frac{3}{2} \frac{G(k-1)}{\sqrt{k}+G}.$$

Si l'on porte cette valeur de $\frac{b}{a}$ dans l'équation donnant le grandissement on trouve, après simplifications

$$G = \frac{\sqrt{k}-3}{2}.$$

On a, d'autre part,

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{(k-1)a}{b}$$

et l'on trouve que le rapport $\frac{E_2}{E_1}$ est relié au grandissement par l'expression très simple

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{2(G+1)}{G}.$$

On voit que pour obtenir de petits grossissements, on sera amené à choisir, pour le rapport $\frac{E_2}{E_1}$ des valeurs très élevées.

Domaine d'application des formules donnant le grandissement linéaire et la position du plan image. — Pour établir les formules donnant le grandissement linéaire et la position du plan image, nous avons supposé que le potentiel sur l'axe de l'objectif pouvait être assimilé à une ligne brisée, c'est-à-dire que le diamètre des diaphragmes était petit par rapport aux autres dimensions du système. Quelle approximation peut-on espérer lorsque ce diamètre est de l'ordre de grandeur des autres dimensions ? Pour répondre à cette question, nous avons considéré le cas d'un objectif à immersion pour lequel les diaphragmes ont un diamètre identique Φ tel que $\frac{\Phi}{a} = \frac{1}{5}$ et nous avons calculé par la méthode générale la variation de la distance cathode-plan image, ainsi que le grandissement linéaire, en fonction de $\frac{b}{a}$; le rapport k des potentiels a été pris égal à 3.

1. *Détermination des réseaux d'équipotentiels.* — Le système électrostatique présentant la symétrie de révolution, il suffit de déterminer les lignes équipotentiels dans un plan contenant l'axe de symétrie. Si l'on néglige la charge d'espace, ce qui est légitime étant donnés les faibles courants qui circulent dans un télescope électronique, la fonction potentiel V satisfait à l'équation de Laplace

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0,$$

$V(r, z)$ étant le potentiel en un point d'abscisse z et distant de r de l'axe de symétrie.

Pour calculer la fonction potentiel V , il faut, pour des conditions aux limites déterminées (forme et potentiel des diverses électrodes), intégrer cette équation différentielle. Dans certains cas, la fonction potentiel V peut être déterminée mathématiquement, en particulier par la géométrie conforme ou en utilisant certains développements en série [16], [17], [18]. En général, cependant, le problème ne peut être résolu directement et l'on utilise alors, soit des procédés numériques [19], [20], soit des procédés analogiques [21], [22]. Parmi ces

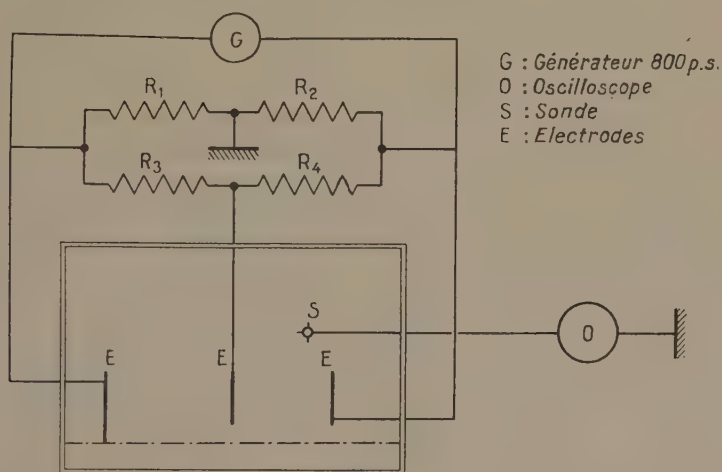


Fig. 7.

derniers, l'analogie rhéographique qui utilise la cuve électrolytique est la plus pratique et a été portée à un haut degré de précision par J. Pérès et L. Malavard. C'est cette méthode que nous avons utilisée pour la détermination des réseaux d'équipotentiels.

La cuve que nous avons employée est une cuve à fond incliné de 65 cm de long sur 50 cm de large (nous avons choisi ce type de cuve, car il facilite la réalisation des électrodes); les bords sont en bois vernis et le fond est en celloron. Comme électrolyte, nous avons utilisé l'eau de la ville; afin de diminuer la polarisation des électrodes, nous avons utilisé un générateur à 800 p/s donnant une tension de 12 à 15 V. Les électrodes, réalisées en laiton, ont été recouvertes d'une mince pellicule d'aquadag, afin d'éviter la dérive des équipotentiels que l'on observe lorsqu'on ne prend pas cette précaution. Ces dernières ont été déterminées point par point en déplaçant la sonde à la surface du liquide; la position de celle-ci pouvait être définie au $1/10$ de millimètre à l'aide de deux règles graduées

perpendiculaires, ce qui est très pratique lorsque l'on veut, ultérieurement, agrandir le réseau d'équipotentielles déterminé expérimentalement. Le schéma du montage électrique est indiqué sur la figure 7. Les résistances R_1 et R_2 ont une somme constante égale à $11\,110\,\Omega$; le point central est à la terre. Pour fixer le potentiel du premier diaphragme, nous avons utilisé un pont auxiliaire comprenant deux résistances en série R_3 et R_4 ; ces résistances ont été choisies de telle sorte qu'il ne passe qu'un faible courant dans la cuve. L'appareil de zéro est un oscilloscope Ribet-Desjardins à deux étages d'amplification, que nous avons utilisé en Lissajous. En raison des phénomènes de capillarité, on ne peut approcher la sonde à moins de 10 mm environ du coin d'eau : afin d'augmenter la précision au voisinage des diaphragmes, nous avons matérialisé à une échelle agrandie des équipotentielles déterminées dans une première mesure. La cuve, dont les bords sont constitués par une matière isolante, introduit une déformation des équipotentielles, celles-ci devant être évidemment normales aux parois de la cuve; à une distance suffisamment grande de l'axe de symétrie, les équipotentielles sont parallèles à la cathode, de sorte que les lignes de courant sont des droites parallèles à l'axe : pour obvier à la déformation des équipotentielles due à la présence des bords de la cuve, nous avons matérialisé, à l'aide d'une matière isolante, des lignes de courant.

2. *Calcul des trajectoires électroniques paraxiales.* — On admet généralement pour établir l'équation différentielle de la trajectoire d'un électron que sa vitesse initiale est suffisamment petite pour être négligée et que, sur l'équipotentielle V , sa vitesse v est

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m}},$$

e et m étant respectivement la valeur absolue de la charge et la masse de l'électron. Dans le cas d'un objectif à immersion, on ne peut négliger cette vitesse initiale. Soit r , θ et z les coordonnées qui définissent la position d'un électron; en négligeant la correction de relativité, les équations de son mouvement sont

$$m \ddot{z} = - \frac{e}{m} E_z = \frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial z},$$

$$m \ddot{r} = - \frac{e}{m} E_r = \frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial r},$$

$$m \dot{\gamma}_0 = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\theta}) = 0,$$

E_z et E_r étant les composantes du champ électrostatique suivant les axes. La dernière équation montre que si la vitesse est initialement dirigée dans un plan méridien ($\dot{\theta}_0 = 0$), son mouvement s'effectue dans

ce plan. En éliminant le temps entre les deux premières équations on trouve

$$z'^2 \frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial z} \frac{dr}{dz}.$$

Si φ_0 est la vitesse initiale de l'électron exprimée en électronvolts, l'équation des forces vives s'écrit

$$\frac{1}{2} m v^2 = e(V + \varphi_0) = \frac{1}{2} m z'^2 \left[1 + \left(\frac{dr}{dz} \right)^2 \right],$$

avec

$$\varphi_0 = \frac{m}{2e} v_0^2.$$

L'équation différentielle du mouvement est

$$\frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\left[1 + \left(\frac{dr}{dz} \right)^2 \right]}{2(V + \varphi_0)} \frac{dr}{dz} - \frac{\partial V}{\partial r} \frac{\left[1 + \left(\frac{dr}{dz} \right)^2 \right]}{2(V + \varphi_0)} = 0.$$

Les trajectoires électroniques paraxiales sont des trajectoires pour lesquelles on suppose que :

a. L'électron reste suffisamment voisin de l'axe pour que l'on puisse négliger les puissances de r supérieures à la première;

b. L'angle de la vitesse avec l'axe est petit, de sorte que l'on peut négliger $\left(\frac{dr}{dz} \right)^2$.

Le potentiel $V(r, z)$ peut être exprimé en fonction du potentiel φ le long de l'axe et de ses dérivées d'ordre pair $\varphi'', \varphi^{IV}, \dots$ [23]. On a

$$V(r, z) = \varphi - \frac{r^2}{2^2} \varphi'' + \frac{r^4}{2^2 \cdot 4^2} \varphi^{IV} + \dots$$

En négligeant les puissances de r supérieures à la première, l'équation de la trajectoire s'écrit

$$\frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{\varphi'}{2(\varphi + \varphi_0)} \frac{dr}{dz} + \frac{\varphi''}{4(\varphi + \varphi_0)} r = 0.$$

On voit qu'elle ne diffère de l'équation classique que par le fait que φ est remplacé par $\varphi + \varphi_0$; n'étant plus homogène par rapport au potentiel φ , la trajectoire électronique d'un électron de vitesse initiale donnée sera modifiée si l'on change, tout en conservant le même rapport, le potentiel des deux diaphragmes. Pour intégrer cette équation différentielle, il y a plusieurs procédés, parmi lesquels on peut citer : la méthode d'intégrations successives de Picard que Scherzer [16] appliqua aux calculs électroniques, la méthode de R. Gans (*loc. cit.*), la méthode des

segments de parabole de R. Gans [14] et A. Recknagel [24], la méthode de Brück et Romani [25]. C'est cette dernière méthode que nous avons utilisée, car elle ne nécessite que la dérivée première du potentiel le long de l'axe, ce qui est très avantageux; lorsque l'on utilise, en effet, une cuve électrolytique à fond incliné, les dérivées successives de φ doivent être déterminées par dérivation graphique, de sorte que la précision obtenue est médiocre.

En faisant le changement de variable

$$R = r \varphi^{\frac{1}{2}},$$

l'équation différentielle de la trajectoire prend la forme que lui a donnée Picht [26] :

$$R'' = - \frac{3}{16} \left(\frac{\varphi'}{\varphi + \varphi_0} \right)^2 R = f(z) R.$$

Dans la méthode de Brück et Romani, on résout cette équation analytiquement par tronçon Δz , en posant à l'intérieur de chaque tronçon

$$- \frac{3}{16} \left(\frac{\varphi'}{\varphi + \varphi_0} \right)^2 = \text{const.} = K.$$

Soit à calculer la valeur de R au point z_{l+1} . En z_l , on a

$$R''(z_l) = f(z_l), \quad R(z_l) = K(z_l),$$

d'où, en intégrant,

$$\Delta R' = K(z_l) \Delta z.$$

En appelant $R'_z \left(z_l + \frac{\Delta z}{2} \right)$ la valeur de R'_z au milieu de l'intervalle (z_{l-1}, z_l) , on a

$$R'_z \left(z_l + \frac{\Delta z}{2} \right) = R'_z \left(z_l - \frac{\Delta z}{2} \right) + K(z_l) \Delta z$$

et en intégrant une deuxième fois

$$\Delta R = \left[R'_z \left(z_l - \frac{\Delta z}{2} \right) + K(z_l) \Delta z \right] \Delta z,$$

d'où

$$R_{z_{l+1}} = R_{z_l} + \left[R'_z \left(z_l - \frac{\Delta z}{2} \right) + K(z_l) \Delta z \right] \Delta z.$$

Connaissant, par conséquent, la valeur de R pour $z = z_l$, ainsi que la valeur de R' au milieu de l'intervalle (z_{l-1}, z_l) , on peut calculer la valeur de R pour $z = z_{l+1}$, et ainsi de suite. L'intervalle d'intégration Δz doit être choisi de telle sorte que pour un intervalle double la différence entre les deux trajectoires approchées soit pratiquement négligeable.

La méthode de Brück et Romani revient à ne considérer, dans le développement en série de Taylor de la fonction $R(z)$, que les termes égaux ou inférieurs au second ordre; dans la deuxième partie de cet exposé, nous indiquerons une méthode d'intégration qui tient compte des termes du cinquième ordre. La méthode, telle que nous l'avons exposée, n'est pas applicable dès l'origine : nous utilisons alors le fait qu'au voisinage de la cathode, le champ électrique pouvant être considéré dans un petit intervalle comme constant, l'élément initial de trajectoire est un segment de parabole. Si E est la valeur du champ électrique exprimée en dynes, v_0 la vitesse initiale de l'électron exprimée en électrons volts et θ l'angle de la vitesse initiale avec l'axe, pour $z = z_B$, on a

$$z_B = \frac{75 E}{v_0 \sin^2 \theta} r_B^2 + r_B \cotg \theta_0,$$

$$\left(\frac{dz}{dr} \right)_B = \frac{150 E r_B}{v_0 \sin^2 \theta} + \cotg \theta_0.$$

Pour $z = z_B$, $r = r_B$ et pour $z = 0$, $r = 0$.

3. *Remarque sur la dérivation graphique.* — L'intégration de l'équation différentielle de la trajectoire nécessite la connaissance de la fonction φ' ;

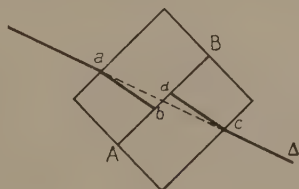


Fig. 8.

cette fonction doit être déterminée par dérivation graphique de la fonction potentiel φ calculée à partir de la carte du potentiel. Pour effectuer cette dérivation, on peut utiliser, soit la méthode de la tangente, soit la méthode de la normale. La méthode de la normale donne des résultats supérieurs surtout si l'on utilise, pour la détermination des normales, un prisme de petit angle au sommet : l'arête AB de ce dernier (fig. 8) étant dans une position quelconque par rapport à la droite Δ , l'image de celle-ci se compose de deux segments de droite ab et cd ; l'arête AB est perpendiculaire à Δ lorsque les points b et d sont amenés en coïncidence. Il ne faut pas utiliser le prisme pour les portions de courbe dont la courbure est trop accentuée, car l'étude géométrique de la formation de l'image montre que les points b et d ne correspondent pas à un même point de la droite Δ : nous utilisons, dans ce cas, un miroir semi-argenté.

Les erreurs faites sur φ' sont dues :

a. aux erreurs de tracé de la courbe $\varphi(z)$; quel que soit, en effet, le soin que l'on apporte à ce tracé, il n'est pas possible de dessiner une courbe dont la pente soit parfaitement continue;

b. aux erreurs faites dans la détermination des normales.

Pour diminuer autant que possible l'influence des erreurs dans le tracé de $\varphi(z)$, nous avons pensé que l'on obtiendrait un meilleur résultat si l'on utilisait une méthode qui s'apparente aux méthodes de lissage,

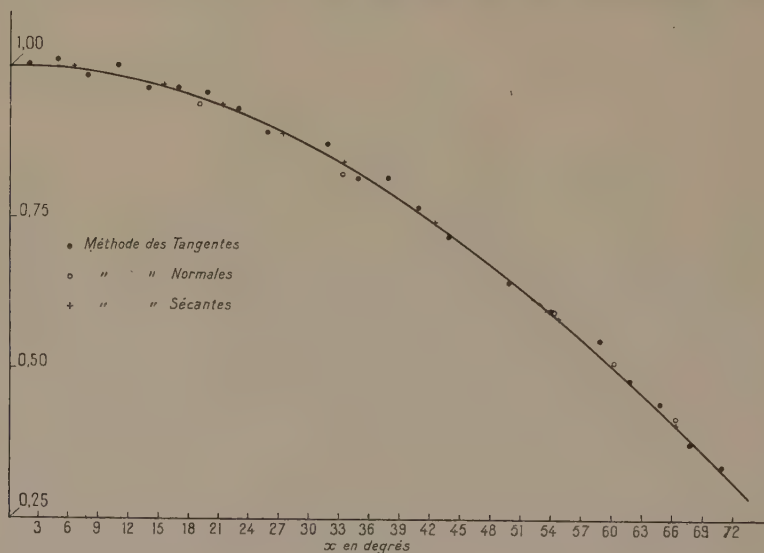


Fig. 9.

c'est-à-dire si, pour déterminer $\varphi'(z)$ en z_i , par exemple, on faisait intervenir plusieurs valeurs de φ pour des abscisses voisines de $z = z_i$. Soit une courbe $f(x)$ dont il s'agit de déterminer en M la pente de la tangente; la tangente étant la limite vers laquelle tend une sécante lorsque Δx tend vers zéro, on calcule la pente de différentes sécantes MA, MB, MC, MD pour des intervalles de la variable ma, mb, mc, md égaux à un multiple d'un même intervalle Δx ; on trace ensuite la courbe $g(x)$ donnant la pente des sécantes en fonction de l'intervalle : la pente cherchée est égale à l'ordonnée à l'origine de la courbe $g(x)$.

Pour éprouver la méthode, nous avons calculé la dérivée de $\sin x$. On voit sur la figure 9 que la précision avec laquelle on obtient $\cos x$ est très supérieure à la précision donnée par les deux autres procédés.

4. Résultats. — Les courbes de la figure 10 représentent le potentiel

le long de l'axe ainsi que sa dérivée première pour quatre valeurs de l'écartement b des diaphragmes. Les trajectoires électroniques nécessaires au calcul des propriétés du premier ordre sont représentées sur la figure 11. On voit (fig. 12) que pour un diamètre des diaphragmes de

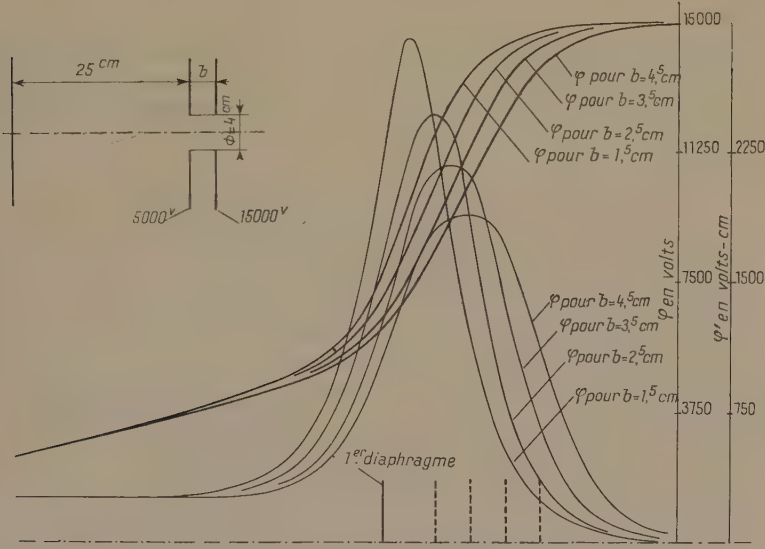


Fig. 10. — Potentiel et gradient de potentiel le long de l'axe pour différentes valeurs de l'écartement b .

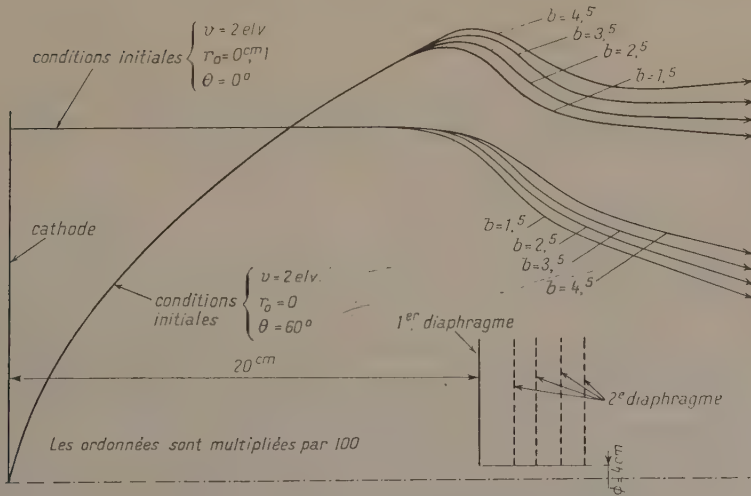


Fig. 11. — Trajectoires électroniques paraxiales pour différents écartements des diaphragmes.

l'ordre de leur écartement, les formules précédemment établies n'ont qu'un intérêt purement qualitatif; quantitativement, en effet, les écarts sont très grands et l'objectif à immersion choisi devient divergent pour $\frac{b}{a} = 0,18$ environ, alors que la formule théorique prévoit la valeur 0,52.

Le premier diaphragme a une action prépondérante sur les propriétés focalisantes de l'objectif, puisqu'il agit sur des électrons dont la vitesse est relativement faible. Pour définir le domaine d'application des formules donnant le grandissement linéaire et la position du plan image, nous avons

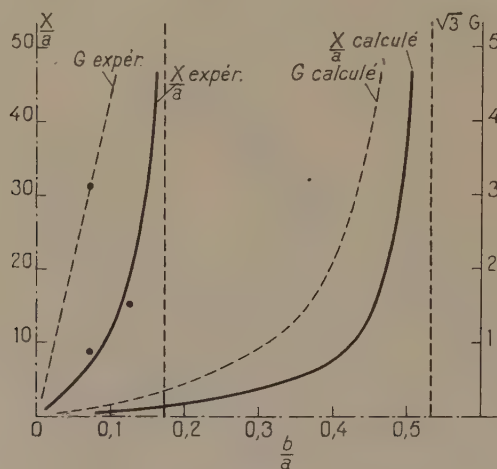


Fig. 12.

étudié la variation de la distance cathode-plan image en fonction du diamètre Φ du premier trou; comme dans le cas précédent, le rapport des potentiels a été pris égal à 3. On a, d'autre part, $\frac{b}{a} = 0,125$ et, pour le deuxième trou, $\frac{D}{a} = \frac{1}{5}$.

Les courbes de la figure 13 représentent la variation du potentiel le long de l'axe et sa dérivée première en fonction de $\frac{\Phi}{a}$. Les trajectoires électroniques qui nous ont servi pour définir la position des différents plans images sont représentées sur la figure 14. La figure 15 illustre les résultats obtenus : on voit que la variation de $\frac{X}{a}$, X étant la distance cathode-plan image, est peu rapide à l'origine; en conséquence, on obtiendra une assez bonne approximation, de l'ordre de 10 à 15 %, si le diamètre du premier diaphragme est tel que le rapport $\frac{\Phi}{a}$ soit compris entre 0

et 0,05; cette dernière valeur pour le système choisi correspond à un trou de 1 cm. Ce résultat concerne un rapport des potentiels égal à 3 :

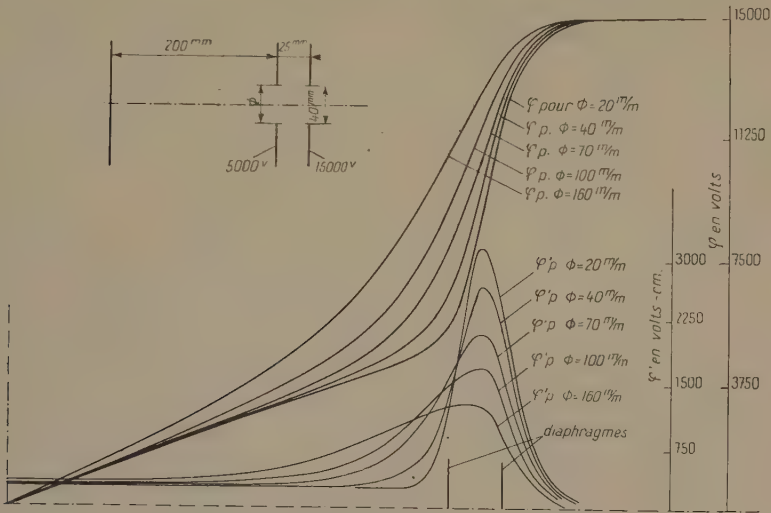


Fig. 13. — Potentiel et gradient de potentiel pour différents diamètres du 1^{er} diaphragme.

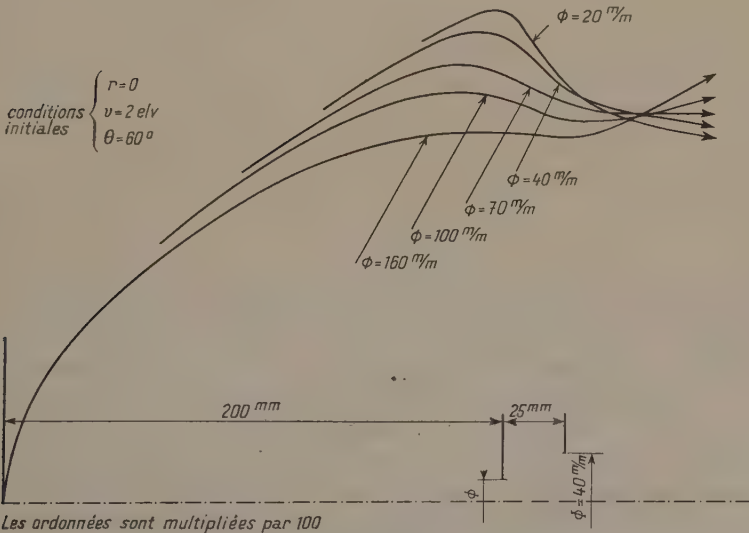


Fig. 14. — Trajectoires électroniques paraxiales pour différents diamètres du 1^{er} diaphragme.

si l'on choisit un rapport plus petit, le diamètre du premier trou, pour une même approximation, pourra être choisi plus grand.

Cette étude permet de tirer d'autres conclusions. Au voisinage de la cathode, le champ électrique est constant, de sorte que, dans un plan de symétrie, les équipotentiellles sont des droites perpendiculaires à l'axe. Un tel champ n'a aucune action focalisante et tend seulement à donner aux électrons une vitesse parallèle à l'axe. Au voisinage du premier diaphragme, le champ de pénétration incurve les équipotentiellles de telle sorte que φ'' est positif : c'est ce champ de pénétration qui produit l'action focalisante; lorsque l'on augmente le diamètre du premier trou,

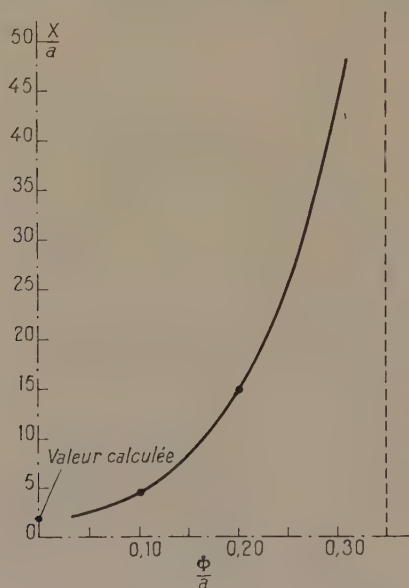


Fig. 15.

le champ de pénétration fait sentir son action dans une région plus proche de la cathode et agissant, par conséquent, sur des électrons moins rapides, il produit une action focalisante plus grande : c'est effectivement ce que l'on constate en examinant les trajectoires électroniques de la figure 14. En augmentant, par contre, le diamètre du premier trou, on diminue le champ électrique existant entre les deux diaphragmes, de sorte que, dans cette deuxième partie de leur trajet, les électrons sont soumis à une action focalisante moins grande. Nous voyons donc qu'en augmentant le diamètre du premier diaphragme, on augmente l'action focalisante de la partie de l'objectif comprise entre la cathode et le premier trou, mais que l'on diminue celle de la portion comprise entre les deux diaphragmes : les résultats que nous avons obtenus permettent de conclure que cette deuxième action est prépondérante. L'étude de

l'action du second trou permet d'établir une conclusion identique et de montrer, par conséquent, que la convergence du système est d'autant plus grande que le diamètre du deuxième diaphragme est plus petit. Ces résultats sont très intéressants : supposons qu'ayant étudié un télescope dont le champ accélérateur est de 15 000 V, on veuille en construire un autre qui, pour des questions de luminosité, par exemple, fonctionne avec un potentiel accélérateur plus élevé, sans modifier ni l'encombrement de l'appareil, ni le potentiel du premier trou ; si l'on augmente le potentiel du deuxième diaphragme sans changer celui du premier, on augmente le rapport k des potentiels et l'objectif devient plus convergent : pour ne pas modifier la position du plan image, il suffit d'augmenter le diamètre, soit du premier, soit du second trou.

Ces conclusions qualitatives sont applicables au cas d'un objectif dont la cathode est courbée ; avec un tel système, cependant, les équipotentielles voisines de la cathode ont une action prépondérante, puisqu'elles agissent sur des électrons de faible vitesse et la position du plan image dépend beaucoup moins du diamètre des diaphragmes.

En ce qui concerne les schémas de télescopes que nous avons représentés sur la figure 5, l'étude précédente montre qu'ils ne sont valables que pour des diaphragmes dont le diamètre n'est pas trop grand. Or, pratiquement, si l'on veut une ouverture suffisante sur la cathode, on sera amené à choisir des trous beaucoup trop grands pour que l'on puisse appliquer, avec une bonne approximation, les deux formules que nous avons établies. Quoi qu'il en soit, ces schémas ont un réel intérêt, car pour l'étude d'un cas déterminé, ils fournissent un schéma de base et indiquent le sens dans lequel on devra faire varier les différents paramètres. Pour une étude plus approfondie, on devra calculer le potentiel le long de l'axe et sa dérivée première, si l'on se borne aux propriétés du premier ordre ; la connaissance de la dérivée seconde sera indispensable si l'on veut évaluer les aberrations. Lorsque l'on utilise une cuve électrolytique pour la détermination du réseau d'équipotentielles, ces dérivées ne peuvent être calculées que graphiquement, de sorte qu'elles ne seront connues, surtout la dérivée seconde, qu'avec une précision médiocre. Il nous a donc semblé intéressant de voir si, dans le cas particulier choisi, le potentiel φ le long de l'axe ainsi que ses dérivées φ' et φ'' pouvaient être calculés avec une bonne approximation.

Calcul dans un objectif à immersion à symétrie axiale, du potentiel sur l'axe et de ses dérivées. — 1. *Principe du calcul.* — L'équation de Laplace $\Delta V = 0$ peut être intégrée en considérant le potentiel $V(r, z)$ comme une combinaison linéaire de fonctions dans lesquelles les variables ont été séparées [18].

Posons

$$V(r, z) = V_1 + V_2 + \dots + V_k + \dots,$$

avec

$$V_k(r, z) = F_k(z) G_k(r).$$

En substituant dans l'équation de Laplace, on obtient les deux équations différentielles

$$\frac{d^2 F_k}{dz^2} = -k^2 F, \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dG}{dr} \right) = k^2 G.$$

La solution de ces deux équations peut être écrite sous la forme

$$\begin{aligned} F_k(z) &= A_k \sin kz + B_k \cos kz, \\ G_k(r) &= C_k J_0(ikr) + D_k N_0(ikr) \end{aligned}$$

et l'on a

$$V(r, z) = \sum_k (A_k \sin kz + B_k \cos kz) [C_k J_0(ikr) + D_k N_0(ikr)]$$

k ne prenant pas nécessairement que des valeurs discrètes, on doit remplacer le signe $\sum$ par le signe somme, l'intégration étant effectuée pour tout le domaine complexe. Les coefficients $A_k, B_k, \dots$ dépendent des conditions aux limites et peuvent être calculés par la méthode habituelle de calcul des coefficients de Fourier. J_0 est la fonction de Bessel d'ordre 0 :

$$J_0 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n!)^2} \left(\frac{ir}{2} \right)^{2n}$$

et N_0 est la fonction de Neumann d'ordre 0

$$N_0(r) = \frac{2}{\pi} \left[\left(\log \frac{r}{2} + \gamma \right) J_0(r) - 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n} J_{2n}(r) \right].$$

La fonction de Bessel d'ordre n est donnée par l'expression

$$J_n(r) = \left(\frac{r}{2} \right)^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! (n+k)!} \left(\frac{ir}{2} \right)^{2k}, \quad \text{avec } \gamma = 0,5772.$$

Dans le cas particulier que nous avons choisi, le potentiel est nul pour $z = 0$, de sorte que l'on doit avoir $B_k = 0$; pour $r = 0$, d'autre part, la fonction de Neumann devient infinie : puisque le potentiel sur l'axe est fini, on a également $D_k = 0$, d'où

$$V(r, z) = \int_0^{\infty} (A_k \sin kz) C_k J_0(ikr) dk.$$

Les coefficients A_k et C_k étant des constantes arbitraires, on peut, sans nuire à la généralité du problème, poser $C_k = 1$, de sorte que

$$V(r, z) = \int_0^\infty A_k \sin k z J_0(ikr) dk.$$

On pourra calculer A_k si le potentiel $V(r, z)$ est connu pour $r = R$

$$A_k = \frac{1}{J_0(ikR)} \frac{2}{\pi} \int_0^\infty V(r, z) \sin k z dz.$$

Pour effectuer ce calcul, nous prendrons comme unité de longueur le rayon R des diaphragmes. On ne connaît pas le potentiel le long de la droite $r = R = 1$, mais l'on peut supposer, et les résultats obtenus légitimeront cette hypothèse, qu'il varie linéairement de 0 à V entre $z = 0$ et $z = a$, de V_1 à V_2 entre $z = a$ et $z = a + b$ et qu'il garde ensuite une valeur constante V_2 de $z = a + b$ à $z = \infty$.

On trouve alors

$$A_k = \frac{1}{J_0(ik)} \frac{2}{\pi} \left(\int_0^\infty \frac{V_1}{a} z \sin k z dz + \int_0^\infty V_1 + \frac{V_2 - V_1}{b} (z - a) \sin k z dz + \int_{a+b}^\infty V_2 \sin k z dz \right).$$

En intégrant,

$$A_k = \frac{1}{J_0(ik)} \frac{2}{\pi} \left[\left(\frac{V_1}{a} - \frac{V_2 - V_1}{b} \right) \frac{\sin ak}{k^2} + \frac{V_2 - V_1}{b} \frac{\sin(a+b)k}{k^2} \right].$$

En appelant, comme précédemment, E_1 et E_2 les champs électriques,

$$A_k = \frac{1}{J_0(ik)} \frac{2}{\pi} \left[(E_1 - E_2) \frac{\sin ak}{k^2} + E_2 \frac{\sin(a+b)k}{k^2} \right],$$

d'où

$$V(r, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty (E_1 - E_2) \frac{\sin ak}{k^2} + E_2 \frac{\sin(a+b)k}{k^2} \left] \frac{J_0(ikr)}{J_0(ik)} \sin k z dk$$

et le potentiel $\varphi(z)$ sur l'axe s'écrit

$$\varphi(z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \left[(E_1 - E_2) \frac{\sin ak}{k} + E_2 \frac{\sin(a+b)k}{k} \right] \frac{\sin k z}{J_0(ik)k} dk$$

quand $k \rightarrow 0$, l'élément différentiel tend vers

$$[(E_1 - E_2)a + E_2(a+b)]z = (E_1 a + E_2 b)z,$$

puisque

$$\frac{\sin ak}{k} \rightarrow a \quad \text{et que} \quad J_0(0) = 1.$$

2. *Application.* — Nous avons appliqué cette méthode à un cas particulier pour lequel on a

$$a = 10, \quad b = 2, \quad V_1 = 5 \text{ V}, \quad V_2 = 15 \text{ V}.$$

Avec ces valeurs des paramètres, le potentiel le long de l'axe s'écrit

$$\varphi(z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{-4.5 \sin 10k + 5 \sin 12k}{k^2 J_0(ik)} \sin kz \, dk.$$

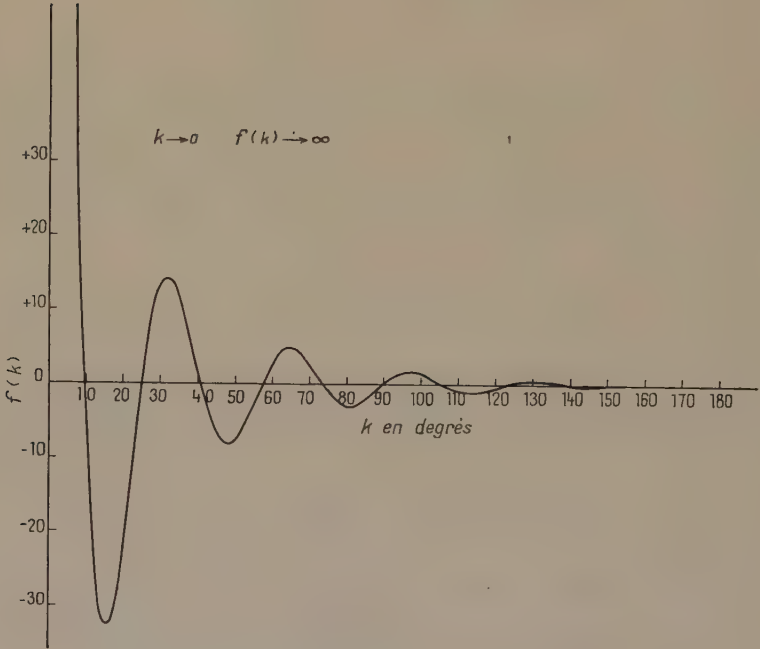


Fig. 16. — Représentation graphique de la fonction

$$f(k) = \frac{-4.5 \sin 10k + 5 \sin 12k}{k^2 J_0(ik)}.$$

Pour résoudre cette intégrale, nous avons d'abord calculé la fonction

$$f(k) = \frac{-4.5 \sin 10k + 5 \sin 12k}{k^2 J_0(ik)},$$

elle est représentée sur la figure 16 : on voit que c'est une fonction périodique dont l'amplitude est très rapidement décroissante et sa valeur est pratiquement négligeable pour $k > \pi$. Pour calculer le potentiel $\varphi(z)$ en un point $z = z_a$, nous avons procédé de la manière suivante : nous avons tracé à grande échelle la courbe

$$g(k) = f(k) \sin k z_a$$

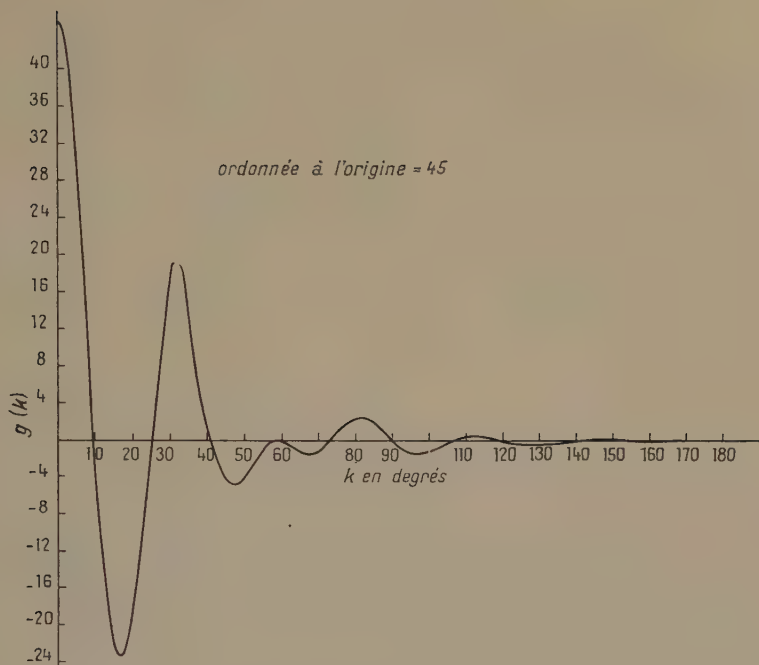


Fig. 17. — Représentation graphique de la fonction
 $g(k) = f(k) \sin kz$ pour $z = 3$.

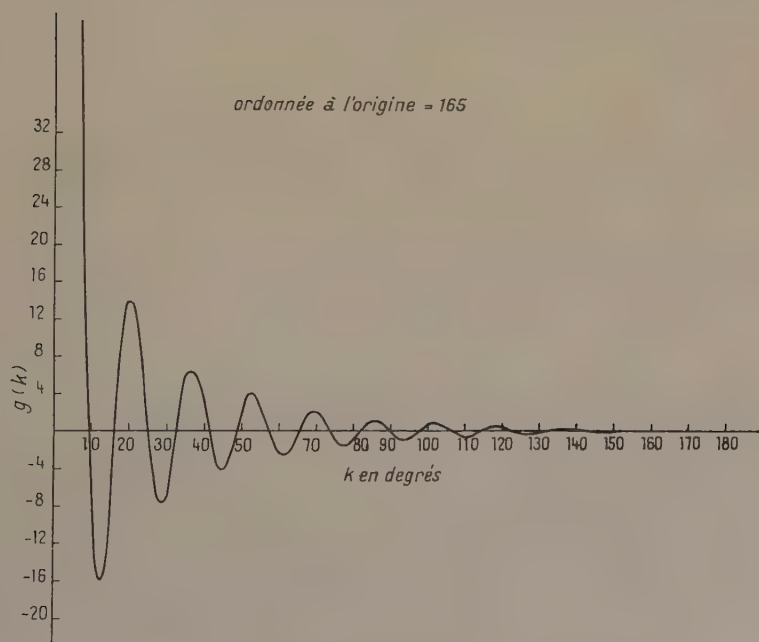


Fig. 18. — Représentation graphique de la fonction
 $g(k) = f(k) \sin kz$ pour $z = 11$.

et nous avons déterminé sa surface S à l'aide d'un planimètre; le potentiel $\varphi(z_n)$ est

$$\varphi(z_n) = \frac{2}{\pi} S.$$

Les courbes des figures 17 et 18 représentent la fonction $g(k)$ pour $z = 3$ et $z = 11$.

Pour éprouver la méthode, nous avons comparé les valeurs ainsi

• points calculés

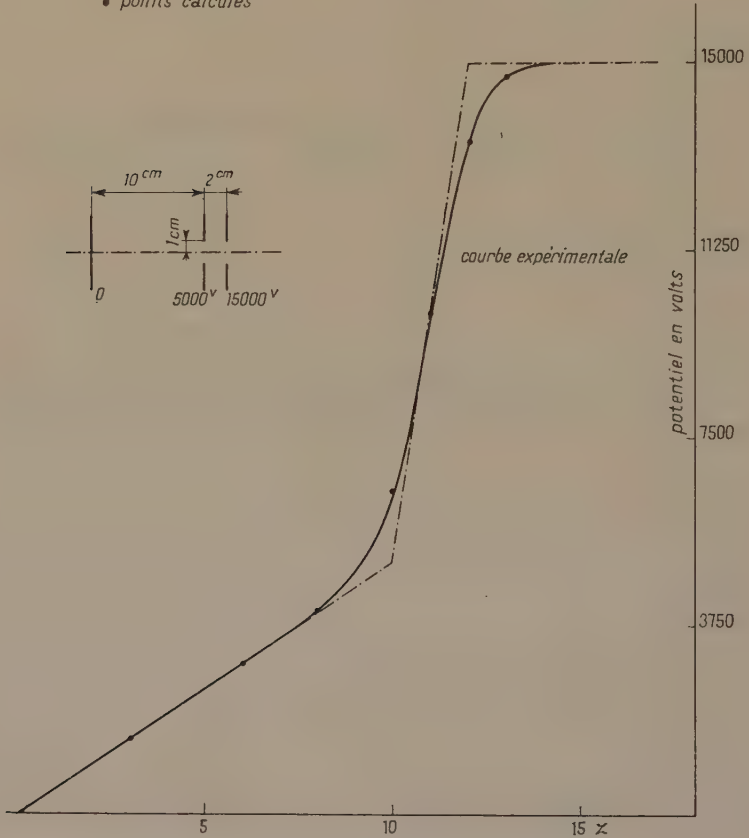


Fig. 19. — Calcul du potentiel le long de l'axe.

calculées du potentiel le long de l'axe, pour sept valeurs différentes de z , avec celles obtenues expérimentalement à l'aide d'une cuve électrolytique; ces dernières mesures ont été effectuées avec une grande précision, car nous avons utilisé une cuve à fond incliné de 1,50 m de long. Les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 19 : on voit que, aux erreurs d'expérience près, les valeurs calculées sont en parfaite concordance avec les valeurs expérimentales.

3. *Calcul des dérivées* φ' , φ'' , — Dérivons $\varphi(z)$ sous le signe somme; on aura successivement

$$\varphi'_z = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty f(k) \frac{\cos kz}{k} dk = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{h(k)}{k} dk,$$

$$\varphi''_z = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty f(k) \frac{\sin kz}{k^2} dk = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{g(k)}{k^2} dk.$$

D'une manière générale, les dérivées d'ordre impair seront

$$\varphi^{2n+1}_z = (-1)^n \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{h(k)}{k^{2n+1}} dk$$

et les dérivées d'ordre pair

$$\varphi^{2n}_z = (-1)^n \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{g(k)}{k^{2n}} dk.$$

Connaissant pour $z = z_n$ les fonctions $h(k)$ et $g(k)$, on calculera facilement et rapidement les fonctions $\frac{h(k)}{k^{2n+1}}$ et $\frac{g(k)}{k^{2n}}$; on procédera ensuite comme pour le calcul du potentiel. Les différentes dérivées seront obtenues avec une précision égale à celle avec laquelle est obtenu $\varphi(z)$, ce qui n'est évidemment pas le cas lorsque l'on utilise la dérivation graphique.

Au cours de ce chapitre, nous nous sommes borné aux propriétés du premier ordre; dans le chapitre suivant, nous allons considérer la question des aberrations.

CHAPITRE II.

UNE MÉTHODE DE CALCUL DES TRAJECTOIRES ÉLECTRONIQUES MARGINALES : APPLICATION A LA DÉTERMINATION DE LA COURBURE DE CHAMP.

La qualité de l'image donnée par un objectif à immersion est affectée par six aberrations : l'aberration chromatique et les cinq aberrations du troisième ordre (aberration de sphéricité, coma, distorsion, astigmatisme et courbure de champ).

L'*aberration chromatique* est due au fait que les électrons sont émis par la photocathode, dans toutes les directions, avec des vitesses différentes. Dans le plan image, l'image d'un point n'est pas un point, mais une petite surface circulaire de rayon r . L'étude de l'aberration chromatique a été faite, dans le cas des objectifs à immersion, pour la première fois en 1935 par W. Henneberg et A. Recknagel [27]. Une étude plus générale a été faite récemment par L. Artzimocitch [28]. Il trouve, pour l'aberration chromatique longitudinale,

$$\Delta x = 2 \cos \theta \sqrt{\frac{V \varphi_0}{E_0}} m^2$$

et pour l'aberration chromatique transversale

$$r = \frac{\varphi_0}{E_0} m \sin 2\theta$$

en appelant φ_0 la vitesse initiale de l'électron exprimée en électronvolts, E_0 le gradient de potentiel au voisinage immédiat de la photocathode, m le grandissement linéaire du système focalisateur, θ l'angle de la vitesse initiale de l'électron avec l'axe et V le potentiel dans l'espace image.

L'image la plus nette se trouve dans un plan situé devant le plan image de Gauss à une distance Δx_1 de ce dernier et l'on a

$$\Delta x_1 = 0,6 \sqrt{\frac{V \varphi_0}{E_0}} m^2.$$

Le faisceau électronique a, dans ce plan, un rayon minimum et la valeur du rayon du cercle de moindre confusion est donnée par la formule

$$r_m = 0,6 \frac{\varphi_0}{E_0} m.$$

V. K. Zworykin [29], d'autre part, donne, pour l'aberration chromatique transversale, la valeur

$$r = \frac{A [(\varphi_0)_z (\varphi_0)_r]^{\frac{1}{2}}}{E_0}$$

dans laquelle A est une constante caractérisant le système focalisateur, $(\varphi_0)_z$ et $(\varphi_0)_r$ les composantes de la vitesse initiale de l'électron suivant l'axe de symétrie et suivant la direction perpendiculaire. L'étude de systèmes très différents fournit pour A la valeur $2m$, m étant le grandissement linéaire, de sorte que la formule

$$r = 2m \frac{[(\varphi_0)_z (\varphi_0)_r]^{\frac{1}{2}}}{E_0}$$

serait applicable, avec une bonne précision, à tous les systèmes focalisateurs. La formule d'Artzimocitch donnant l'aberration chromatique transversale est, en effet, identique à celle de Zworykin; remarquons tout d'abord que pour $(\varphi_0)_z = 0$, l'aberration chromatique transversale est nulle; on peut montrer qu'il en est de même pour l'aberration calculées chromatique longitudinale; les électrons quittant tangentiellement la cathode avec une vitesse finie ont une trajectoire identique à celle des électrons dont la vitesse initiale est nulle : dans le plan image de Gauss, l'aberration chromatique des rayons tangentiels disparaît. C'est

cette remarque qui est à la base du calcul effectué par Artzimocitch. On a, d'autre part,

$$r'^2 = v^2 \sin^2 \theta = \frac{2e}{m} (\varphi_0)_r = \frac{2e}{m} \varphi_0 \sin^2 \theta,$$

$$z'^2 = v^2 \cos^2 \theta = \frac{2e}{m} (\varphi_0)_z = \frac{2e}{m} \varphi_0 \cos^2 \theta,$$

donc

$$(\varphi_0)_z (\varphi_0)_r = \varphi_0^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

et

$$r = 2m \frac{\varphi_0 \sin \theta \cos \theta}{E_0} = m \frac{\varphi_0}{E_0} \sin 2\theta.$$

L'aberration chromatique transversale est maximum pour $\theta = 45^\circ$ et, dans ce cas,

$$r = m \frac{\varphi_0}{E_0}.$$

La formule donnant le rayon du cercle de moindre confusion montre que l'aberration chromatique est inversement proportionnelle au gradient de potentiel existant au voisinage immédiat de la cathode, de sorte que l'on a intérêt à l'augmenter, dans la mesure naturellement où l'amélioration de la définition de l'image ainsi obtenue ne se fait pas, par augmentation de l'émission froide, au détriment du contraste de l'image (nous considérerons cette question au cours du chapitre III). Pour un télescope électronique que nous avons utilisé, le champ électrique au voisinage de la cathode est de 170 V/cm environ (nous avons calculé ce gradient de potentiel à l'aide de la carte du potentiel déterminée à la cuve électrolytique). En prenant $\varphi_0 = 1$ eV, valeur qui est une limite supérieure de la vitesse des électrons dans le cas d'une couche Ag—Cs₂O—Cs, on trouve

$$r_m = \frac{0,6,1}{170} = 4.10^{-3} \text{ cm}$$

en supposant que le grandissement est égal à l'unité.

La distorsion est proportionnelle au cube de la distance à l'axe et indépendante de l'ouverture du faisceau électronique.

L'aberration de sphéricité est proportionnelle au cube de l'ouverture et, ne dépendant pas de la distance à l'axe, elle est identique pour tous les points de l'image.

La coma est proportionnelle à la distance à l'axe et au carré de l'ouverture.

L'astigmatisme et la courbure de champ sont proportionnelles à l'ouverture et au carré de la distance à l'axe. La région voisine de la cathode a une action prépondérante sur ces aberrations. Dans cette région, en effet, les électrons sont lents et, par conséquent, très sensibles aux

variations du champ électrique. Pour les diminuer, il faut créer, près de la cathode, pour les pinceaux d'électrons marginaux, des conditions de champ électrique aussi voisines que possible de celles existant pour les pinceaux d'électrons paraxiaux. Ceci peut être obtenu, par exemple, en courbant la photocathode; ces faits sont illustrés par une étude de G. A. Morton et E. G. Ramberg [30]. On pourrait également donner à la cathode un potentiel variant à partir du centre de celle-ci d'une manière déterminée.

L'examen des différents facteurs dont dépendent les aberrations du troisième ordre suggèrent deux remarques très importantes :

1° L'aberration de sphéricité, la coma, l'astigmatisme et la courbure de champ n'ont d'existence qu'en raison de la vitesse finie des électrons; si les électrons, en effet, avaient une vitesse infiniment petite, les divers pinceaux électroniques, issus de la cathode, auraient une section infiniment petite et l'on obtiendrait une image nette en tout plan perpendiculaire à l'axe de symétrie : seule la distorsion subsisterait.

2° Les photoélectrons sont émis avec des vitesses relativement faibles; si γ est la fréquence d'un photon incident, l'énergie maximum que peut posséder un électron à sa sortie de la couche photoélectrique est $h(\gamma - \gamma_0)$, γ_0 étant la fréquence limite; tous les électrons émis par la photocathode ne possèdent pas cette énergie maximum et le plus grand nombre a une vitesse V_p égale aux $6/10$ de la vitesse maximum V_m ; ils sont émis dans toutes les directions, mais la plupart dans une direction perpendiculaire à la surface émettrice. Pour une couche $\text{Ag}-\text{Cs}_2\text{O}-\text{Cs}$, par exemple, le plus grand nombre d'électrons est émis pour $\lambda = 8\,000 \text{ \AA}$ et $V_p = 0,2 \text{ eV}$ environ. En raison du champ électrique relativement élevé qui existe généralement au voisinage de la cathode, les pinceaux électroniques ont une petite section, de sorte que la coma et l'aberration de sphéricité, qui sont proportionnelles au carré de l'ouverture, sont négligeables devant la courbure de champ et l'astigmatisme, qui sont proportionnelles à l'ouverture. En conclusion, ces dernières aberrations, ainsi que la distorsion, seront celles qui affecteront le plus la qualité de l'image et qui seront, par conséquent, celles qu'il sera le plus utile d'évaluer si l'on veut améliorer le système focalisateur.

Le télescope électronique utilise des électrons qui sont très éloignés de l'axe de symétrie du système. En optique ordinaire, pour les très grandes ouvertures, les aberrations du troisième ordre ne suffisent pas et les calculs sont d'ailleurs inextricables pour les lentilles épaisses : on est amené à calculer la marche de rayons lumineux. En optique électronique, on ne sait calculer la trajectoire d'un électron que dans le cas où celui-ci reste voisin de l'axe et lorsque la direction de sa vitesse fait un angle faible avec ce dernier. Dans le cas des électrons marginaux,

on peut, pour la détermination de leurs trajectoires, utiliser différents procédés graphiques.

Les méthodes graphiques. — Il existe plusieurs méthodes graphiques permettant, pour des conditions initiales données, de tracer la trajectoire d'un électron. Citons : la méthode de la variation discontinue du potentiel, la méthode du cercle osculateur et la méthode de la parabole.

L'approximation théorique de la première méthode étant inférieure à celle des deux autres et le procédé du cercle osculateur conduisant

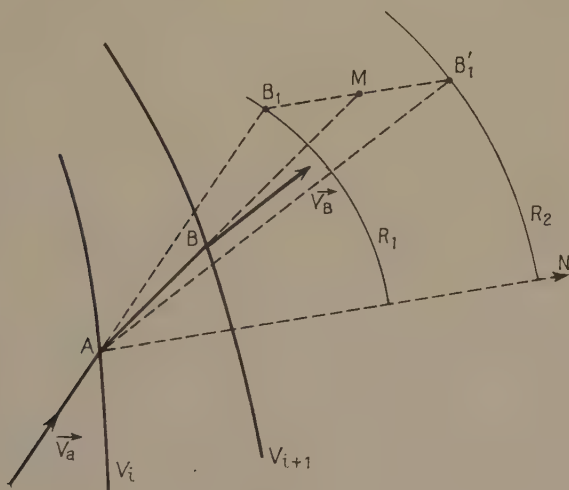


Fig. 20.

souvent à des rayons de courbure de grande dimension, nous utilisons la *méthode de la parabole*.

Soient (fig. 20) V_i et V_{i+1} deux équipotentiellles voisines; on admet qu'entre ces deux équipotentiellles le champ électrique est constant en grandeur et en direction, de sorte que la trajectoire approchée est un segment de parabole. On connaît sur V_i la position de l'électron et la direction de sa vitesse v_A ; il s'agit de déterminer sa position B et la direction de sa vitesse v_B sur l'équipotentielle V_{i+1} . Le champ étant constant et normal en A à V_i , la composante tangentielle de la vitesse reste constante entre les deux équipotentiellles et l'on a

$$\sqrt{V_i + \varphi_0} \sin \theta_i = \sqrt{V_{i+1} + \varphi_0} \sin \theta_{i+1},$$

φ_0 étant, comme précédemment, la vitesse initiale de l'électron, vitesse initiale que l'on pourra négliger lorsque le potentiel sera très supérieur à φ_0 . Pour déterminer la direction de la vitesse v_B sur V_{i+1} , on utilise

la construction d'Huygens de l'optique : avec A comme centre, on trace deux cercles concentriques de rayons R_1 et R_2 proportionnels à $\sqrt{V_i + \varphi_0}$ et $\sqrt{V_{i+1} + \varphi_0}$; nous prenons généralement

$$R_1 = 200 \sqrt{\frac{V_i + \varphi_0}{V_{i+1} + \varphi_0}}, \quad R_2 = 200 \text{ mm.}$$

On prolonge le vecteur vitesse v_A jusqu'à son intersection B_1 avec le cercle de rayon R_1 ; de B_1 on mène une parallèle $B_1B'_1$ à la normale AN en A : la vitesse v_B est parallèle à AB'_1 . Connaissant la direction de la vitesse, il faut déterminer le point B où la trajectoire coupe V_{i+1} ; on peut montrer que la corde AB est parallèle à la vitesse moyenne $v_m = v_A + \frac{v_B - v_A}{2}$; d'où la construction : le point B est à l'intersection du segment AM (M milieu de $B_1B'_1$) avec l'équipotentielle V_{i+1} .

La construction utilisée dans cette méthode est rigoureusement exacte lorsque le champ est constant entre deux équipotentiels, c'est-à-dire lorsque celles-ci sont rectilignes et parallèles; en général, cependant, les deux équipotentiels considérées ne sont pas parallèles et présentent une courbure différente. L'approximation sera d'autant meilleure que les électrons auront une vitesse plus grande. Au voisinage de la cathode, les électrons sont peu rapides, de sorte qu'ils sont très sensibles à une faible variation du champ électrique : pour obtenir une bonne précision, il faudrait pouvoir utiliser au voisinage de la cathode un nombre suffisamment grand d'équipotentiels; on diminuerait ainsi l'erreur théorique, mais, malheureusement, en multipliant le nombre des constructions, on augmenterait les erreurs graphiques, dont la plus importante est celle faite sur la direction des normales.

Afin d'augmenter la précision théorique sans pour cela multiplier le nombre des équipotentiels au voisinage de la cathode, nous proposons la méthode suivante :

Soient (*fig. 21*) deux équipotentiels pratiquement rectilignes au voisinage de la trajectoire et faisant entre elles un angle θ_0 — c'est le cas pour les équipotentiels voisines d'une cathode courbe à une distance assez grande de l'axe —; l'électron rencontre l'équipotentielle V_i en A et la ligne de force passant par A est un cercle de centre O et de rayon R. La position de l'électron peut être définie par ses coordonnées polaires r et θ et les équations de son mouvement sont

$$r'' - r\theta'^2 = 0, \\ \frac{d}{dt}(r^2\theta') = \frac{e}{m}rE = \frac{e}{m}\frac{\Delta V}{\theta_0} = K,$$

car, si l'on suppose qu'entre deux équipotentiels le champ électrique est constant en grandeur le long d'une ligne de force,

$$V_{i+1} - V_i = \Delta V = Er\theta_0,$$

E étant la valeur du champ électrique. En utilisant pour r un développement en série limité aux deux premiers termes, nous avons pu intégrer ce système et, connaissant r_i et θ_i , calculer r_{i+1} et θ_i [31].

Si l'équipotentielle V_i est la photocathode et si l'électron quitte celle-ci avec une vitesse nulle, l'équation de la trajectoire au voisinage de la cathode est

$$r = R \left(1 + \frac{\theta^2}{3} \right).$$

En coordonnées polaires, le rayon de courbure de la trajectoire est

$$\rho = \frac{\left[r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{r^2 + 2 \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 - r \frac{d^2 r}{d\theta^2}}.$$

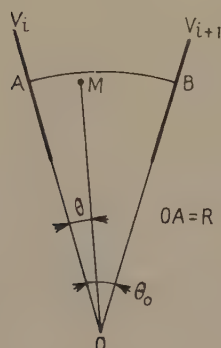


Fig. 21.

Dans le cas particulier considéré, les conditions initiales étant

$$r_0 = R, \quad \left(\frac{dr}{d\theta} \right)_0 = 0,$$

on a

$$\rho = 3R.$$

On retrouve ainsi un résultat connu : pour des électrons de vitesse initiale nulle et au voisinage immédiat de la cathode, le rayon de courbure de la trajectoire est trois fois le rayon de courbure de la ligne de force.

R. Musson Genon [32] a proposé ultérieurement un procédé plus général qui tient compte, en particulier, de la différence de courbure des deux équipotentielles voisines.

En développant le potentiel de V_i , au voisinage de A, en série de

coordonnées, on peut calculer la partie principale ΔV_y de l'erreur sur la composante de la vitesse en B, suivant la tangente en A à V_r . Cette partie principale est exprimée en fonction de données ayant toutes une signification géométrique simple et pouvant se déduire facilement de la carte du potentiel.

Application des méthodes graphiques. — *Détermination de l'ouverture sur la photocathode.* — Le télescope électronique que nous avons utilisé au cours de ce travail est un télescope électrostatique constitué par une cathode courbe et par trois diaphragmes. La couche photoélectrique est une couche $\text{Ag}-\text{Cs}_2\text{O}-\text{Cs}$; les deux premiers diaphragmes, de diamètres légèrement différents, sont portés au même potentiel et constituent la première anode; le troisième diaphragme, d'un diamètre plus petit, constitue la deuxième anode. La disposition de ces différents éléments est visible sur la figure 22.

Un électron émis par un point quelconque de la cathode ne passe pas obligatoirement par les diaphragmes, mais peut les rencontrer en donnant naissance à des électrons secondaires : ce sera le cas de tous les électrons émis par la cathode à une distance supérieure à R de l'axe de symétrie. On définira donc l'*ouverture sur la cathode* comme le rayon maximum R de l'image optique que l'on peut projeter sur cette dernière.

Les méthodes graphiques de tracé des trajectoires électroniques se prêtent bien à la détermination de l'ouverture sur la cathode; il n'est pas nécessaire, en effet, d'obtenir une grande précision, puisque, pratiquement, elle est limitée par l'astigmatisme et la courbure de champ. L'ouverture sur la cathode est fonction de la valeur des différents paramètres dont dépendent les propriétés du système focalisateur. Nous avons étudié, en particulier, la variation de l'ouverture en fonction de l'écartement des deux anodes. Pour différentes valeurs de cet écartement, nous avons déterminé le réseau d'équipotentiellles et nous avons cherché, dans chaque cas, à l'aide du tracé graphique de diverses trajectoires électroniques, le point sur la cathode le plus éloigné de l'axe, tel qu'un électron issu de celui-ci passe juste par le troisième diaphragme. Les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 27 : ils montrent que pour le télescope électronique utilisé, l'ouverture sur la photocathode varie linéairement en fonction de l'écartement des anodes.

Insuffisance des méthodes graphiques pour l'évaluation de la courbure de champ. — Sur la figure 22, nous avons représenté les trajectoires d'électrons issus de deux points différents A et B de la photocathode.

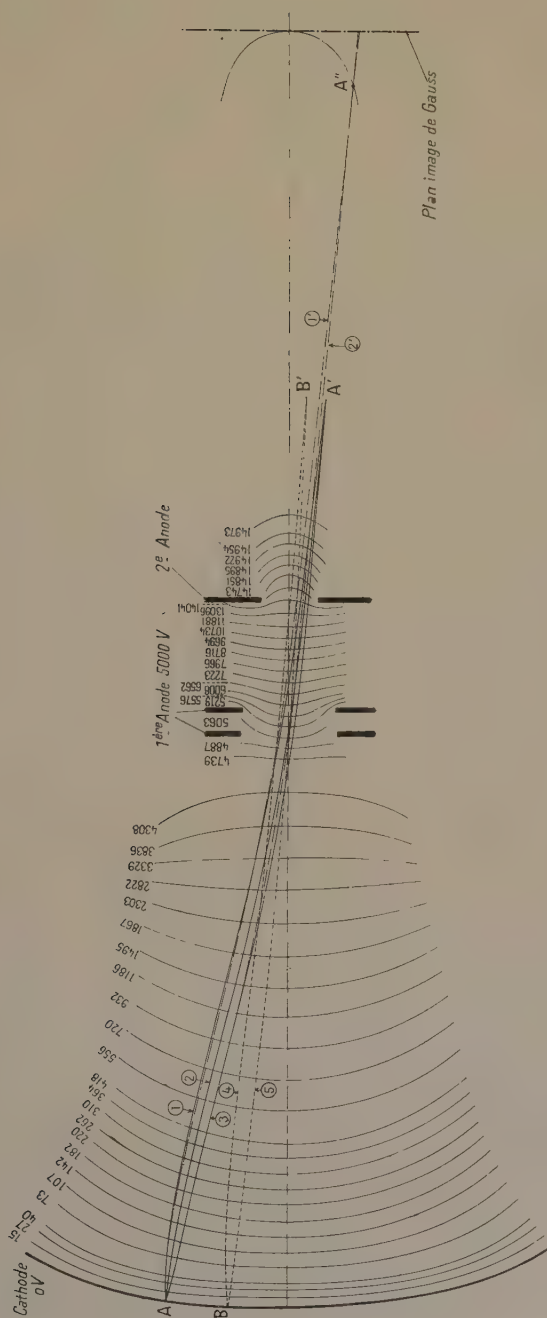


Fig. 22. — Carte du potentiel et évaluation de la courbure de champ par intégration numérique des équations de mouvement.

La vitesse initiale ayant été prise égale à 1 eV, on a, en appelant θ l'angle de cette vitesse avec la normale à la cathode au point considéré :

Trajectoire 1.....	$\theta = + 30^\circ$
» 2.....	$\theta = 0$
» 3.....	$\theta = - 30$
» 4.....	$\theta = + 30$
» 5.....	$\theta = - 30$

Pour les trajectoires 1, 3, 4 et 5, nous avons utilisé, au voisinage de la cathode, la méthode de la parabole surosculatrice de R. Musson; pour la trajectoire 2, la vitesse étant initialement dirigée dans la direction du champ, les corrections, par rapport à la méthode de la parabole, sont négligeables. Pour la trajectoire 1, par exemple, en choisissant $R_2 = 200$ mm, les corrections ΔV_y ont été, en millimètres,

$$-1,7, \quad -2,7, \quad -2,6, \quad -0,7.$$

Après l'équipotentielle 40 V, étant donné le nombre d'équipotentiellles qui définit le réseau, les corrections sont négligeables.

L'image du point A de la cathode se trouve à l'intersection des rayons 1 et 3; celle du point B à l'intersection des rayons 4 et 5. Les pinceaux électroniques étant très peu ouverts, une faible erreur sur la direction des vitesses modifiera considérablement la position de ces points images.

L'erreur sur la direction des vitesses est due :

1° à l'erreur que l'on fait en assimilant à un champ électrostatique constant, le champ existant entre deux équipotentiellles voisines;

2° à l'erreur graphique.

Pour nous rendre compte de l'importance de cette erreur graphique, nous avons tracé une deuxième fois les trajectoires 1 et 3 en utilisant la même série d'équipotentiellles et les mêmes méthodes graphiques : on trouve que la position des électrons, *non compte tenu de l'erreur théorique*, est assez bien définie, mais qu'en raison de la petitesse de l'angle suivant lequel se coupent les deux trajectoires, le point de rencontre de celles-ci n'est que très grossièrement localisé. On ne peut donc espérer obtenir à l'aide de ces méthodes graphiques une idée, même grossière, de la courbure de champ. Étant donné l'intérêt qu'il y a de pouvoir évaluer la courbure de champ, nous avons cherché une méthode de calcul permettant de définir avec exactitude, non seulement la position de l'électron, mais encore la direction de sa vitesse.

Méthode de calcul des trajectoires électroniques marginales. — En un point quelconque d'un plan de symétrie d'un champ électro-

statique à symétrie de révolution, les équations du mouvement d'un électron sont

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = e E_r,$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = e E_z$$

en appelant e et m la charge et la masse de l'électron, E_z et E_r les composantes du champ électrique suivant l'axe de symétrie et suivant la direction perpendiculaire.

Pour calculer la trajectoire d'un électron, il faut, pour des conditions initiales déterminées, intégrer ce système d'équations différentielles simultanées. Remarquons que E_z et E_r ne sont fonction que de r et z , de sorte que l'on a

$$r'' = h(r, z), \quad z'' = q(r, z).$$

Dans le cas général, h et q ne peuvent être connues analytiquement; nous procédons alors de la manière suivante [33] :

Soit la carte du potentiel pour un système électrostatique donné. Traçons une série de droites parallèles aux axes et formant un réseau à mailles carrées. Au sommet de chaque maille, on peut déterminer E_r et E_z , soit en les calculant à partir de la carte du potentiel, soit en les déterminant expérimentalement. Dans les régions où le champ électrique varie très vite, on doit augmenter le nombre de mailles, de telle sorte qu'en un point situé à l'intérieur d'une maille, on puisse calculer E_z et E_r en utilisant une interpolation linéaire.

1. *Détermination graphique de E_r et E_z .* — La carte du potentiel permet de calculer la fonction potentiel $V(r, z)$ le long d'une droite parallèle à l'axe, située à la distance r_i de celui-ci. On détermine alors graphiquement la dérivée

$$\frac{\partial V}{\partial z}(r_i, z) = -E_z,$$

de sorte que E_z est connu en tous les points de la droite. On procède ainsi pour les différentes valeurs de r_i . E_r peut être obtenu de la même manière; il est cependant plus rapide de le calculer à partir de E_z , en remarquant que l'on a

$$E_r = E_z \operatorname{tg} \theta,$$

θ étant l'angle que forme, au point considéré, la normale à l'équipotentielle avec l'axe de symétrie.

2. *Détermination expérimentale de E_r et E_z .* — On peut utiliser pour cette détermination une sonde identique à celle employée au Laboratoire d'Électronique du Collège de France. Elle est excentrée par

rapport à l'axe de son support et peut tourner de 180°. Ceci permet de conserver une distance parfaitement connue, sans perturber le champ électrique. La sonde et son support pouvant tourner en bloc autour de l'axe de celui-ci, on peut mesurer le champ électrique, en un point, dans toutes les directions. Dans un travail récent [34], J. Miroux a étudié le problème de la mesure des gradients à l'aide d'une bisonde. La comparaison avec des cas théoriques montre que l'on peut compter sur une précision moyenne de 2 à 3 0/100.

Connaissant la valeur de E_z et E_r en chaque point du réseau, nous calculons la trajectoire par intégration numérique des deux équations du mouvement. Il y a plusieurs méthodes permettant cette intégration. Citons :

- 1° La méthode d'Adams [35] que Falkner [36] a récemment améliorée;
- 2° La méthode de Milne [37];
- 3° La méthode de Runge-Kutta [38], [39].

Nous avons essayé ces trois méthodes et nous préférons utiliser celle de Runge-Kutta, car elle est plus rapide et d'un emploi beaucoup plus aisé.

Méthode de Runge-Kutta. — Nous allons exposer brièvement, dans le cas d'une équation différentielle du premier ordre, le principe de la méthode.

Soit une équation différentielle

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

et x_0, y_0 les conditions initiales. Soit, d'autre part, h la raison de la progression arithmétique en x pour laquelle on se propose de calculer y . On a successivement

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_0 = f(x_0, y_0),$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0 = f'_{x_0} + f_0 f'_{y_0}.$$

En développant en série de Taylor,

$$y(x_0 + h) = y_0 + hf_0 + \frac{h^2}{2}(f'_{x_0} + f_0 f'_{y_0}).$$

Une première valeur approchée y_1 de $y(x_0 + h)$ est donnée par

$$K_1 = y_1 - y_0 = hf(x_0, y_0).$$

Cette valeur y_1 étant obtenue, on peut songer à l'utiliser pour obtenir une seconde valeur y_2 qui serait donnée par une équation telle que

$$K_2 = y_2 - y_0 = hf(x_0 + ah, y_0 + a_1 K_1),$$

a et a_1 étant deux constantes que l'on choisira, puis à adopter pour

$$K = \gamma(x_0 + h) - \gamma_0$$

une combinaison linéaire de K_1 et K_2

$$K = R_1 K_1 + R_2 K_2.$$

On déduira a , a_1 , R_1 et R_2 par la condition que K développé suivant les puissances de h soit égal, quel que soit f , à la valeur donnée par la série de Taylor limitée aux termes en h^2 ; on a

$$K_1 = hf_0,$$

$$K_2 = hf_0 + h^2 (af'_{x_0} + a_1 f_0 f'_{y_0}) + \dots,$$

d'où

$$K = (R_1 + R_2)hf_0 + h^2 R_2 (af'_{x_0} + a_1 f_0 f'_{y_0}) + \dots$$

La condition imposée donne ainsi

$$R_1 + R_2 = 1, \quad aR_1 = \frac{1}{2}, \quad a_1 R_2 = \frac{1}{2}.$$

On déduit des deux dernières équations

$$a = a_1$$

et le système est vérifié, quel que soit a , avec

$$R_1 = \frac{2a-1}{2a}, \quad R_2 = \frac{1}{2a}.$$

Si l'on prend pour a la valeur 1, on a

$$K_1 = hf(x_0, y_0),$$

$$K_2 = hf(x_0 + h, y_0 + K_1)$$

et l'on adopte, pour $y(x_0 + h)$, la valeur

$$\gamma(x_0 + h) = \gamma_0 + \frac{K_1 + K_2}{2}.$$

Une fois obtenu $y(x_0 + h)$, on calcule de la même manière $y(x_0 + 2h)$ en remplaçant dans les formules x_0 par $x_0 + h$ et y_0 par $y(x_0 + h)$. On calculera ainsi progressivement $y(x_0 + 3h)$, $y(x_0 + 4h)$,

Au lieu de limiter le développement en série de Taylor au terme en h^2 , on peut le limiter au terme en h^3 , h^4 ,

Dans le cas de quatre approximations, par exemple, $y(x_0 + h)$ est donné par

$$\gamma(x_0 + h) = \gamma_0 + \frac{K_1}{8} + \frac{3K_2}{8} + \frac{3K_3}{8} + \frac{K_4}{8},$$

avec

$$\begin{aligned} K_1 &= hf(x_0, y_0), \\ K_2 &= hf\left(x_0 + \frac{h}{3}, y_0 + \frac{K_1}{3}\right), \\ K_3 &= hf\left(x_0 + \frac{2h}{3}, y_0 + \frac{K_1}{3} + K_2\right), \\ K_4 &= hf(x_0 + h, y_0 + K_1 + K_2 + K_3). \end{aligned}$$

La méthode de Runge-Kutta a été étendue par Nyström [40] à l'intégration des équations différentielles du second ordre. Les calculs, dans ce cas, sont simples, mais longs et laborieux, aussi ne donnerons-nous que le résultat.

Soit une équation différentielle du second ordre

$$y'' = f(x, y, y').$$

Pour $x = x_0$, on connaît les valeurs y_0 et y'_0 et il s'agit de calculer $y(x_0 + h)$ et $y'(x_0 + h)$. On a

$$\begin{aligned} y(x_0 + h) &= y_0 + y'_0 h + \frac{K_1 + K_2 + K_3}{3} h^2, \\ y'(x_0 + h) h &= h y'_0 + \frac{K_2 + K_3 + K_4}{3} h + \frac{K_1 + K_2 + K_3}{3} h^2. \end{aligned}$$

Les différents coefficients K_1, K_2, K_3 et K_4 sont calculés à l'aide des équations suivantes :

$$\begin{aligned} K_1 &= f(x_0, y_0, y'_0) \frac{h^2}{2}, \\ K_2 &= f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{y'_0 h}{2} + \frac{K_1}{4}, \frac{y'_0 h + K_1}{h}\right) \frac{h^2}{2}, \\ K_3 &= f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{y'_0 h}{2} + \frac{K_1}{4}, \frac{y'_0 h + K_2}{h}\right) \frac{h^2}{2}, \\ K_4 &= f\left(x_0 + h, y_0 + y'_0 h + K_3, \frac{y'_0 h + 2K_3}{h}\right) \frac{h^2}{2}. \end{aligned}$$

Cas de deux équations différentielles simultanées du second ordre. — Soient deux équations différentielles simultanées du second ordre

$$\begin{aligned} y''_x &= f(x, y, y', z, z'), \\ z''_x &= g(x, y, y', z, z'). \end{aligned}$$

On a

$$\begin{aligned} y(x_0 + h) &= y_0 + y'_0 h + \frac{1}{3} (K_1^y + K_2^y + K_3^y), \\ h y'(x_0 + h) &= h y'_0 + \frac{1}{3} (K_1^y + K_2^y + K_3^y) + \frac{1}{3} (K_2^y + K_3^y + K_4^y), \\ z(x_0 + h) &= z_0 + z'_0 h + \frac{1}{3} (K_1^z + K_2^z + K_3^z), \\ h z'(x_0 + h) &= h z'_0 + \frac{1}{3} (K_1^z + K_2^z + K_3^z) + \frac{1}{3} (K_2^z + K_3^z + K_4^z). \end{aligned}$$

Les coefficients $K_1^Y, K_2^Y, K_3^Y, K_4^Y, K_1^Z, K_2^Z, K_3^Z$ et K_4^Z sont calculés à l'aide des équations suivantes :

$$\begin{aligned} K_1^Y &= f(x_0, y_0, y'_0, z_0, z'_0) \frac{h^2}{2}, \\ K_2^Y &= f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{y'_0 h}{2} + \frac{K_1^Y}{4}, z_0 + \frac{z'_0 h}{2} + \frac{K_1^Z}{4}, \frac{y'_0 h + K_1^Y}{h}, \frac{z'_0 h + K_1^Z}{h}\right) \frac{h^2}{2}, \\ K_3^Y &= f\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{y'_0 h}{2} + \frac{K_1^Y}{4}, z_0 + \frac{z'_0 h}{2} + \frac{K_1^Z}{4}, \frac{y'_0 h + K_2^Y}{h}, \frac{z'_0 h + K_2^Z}{h}\right) \frac{h^2}{2}, \\ K_4^Y &= f\left(x_0 + h, y_0 + y'_0 h + K_3^Y, z_0 + z'_0 h + K_3^Z, \frac{y'_0 h + 2K_3^Y}{h}, \frac{z'_0 h + 2K_3^Z}{h}\right) \frac{h^2}{2}; \\ K_1^Z &= g(x_0, y_0, y'_0, z_0, z'_0) \frac{h^2}{2}, \\ K_2^Z &= g\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{y'_0 h}{2} + \frac{K_1^Y}{4}, z_0 + \frac{z'_0 h}{2} + \frac{K_1^Z}{4}, \frac{y'_0 h + K_1^Y}{h}, \frac{z'_0 h + K_1^Z}{h}\right) \frac{h^2}{2}, \\ K_3^Z &= g\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{y'_0 h}{2} + \frac{K_1^Y}{4}, z_0 + \frac{z'_0 h}{2} + \frac{K_1^Z}{4}, \frac{y'_0 h + K_2^Y}{h}, \frac{z'_0 h + K_2^Z}{h}\right) \frac{h^2}{2}, \\ K_4^Z &= g\left(x_0 + h, y_0 + y'_0 h + K_3^Y, z_0 + z'_0 h + K_3^Z, \frac{y'_0 h + 2K_3^Y}{h}, \frac{z'_0 h + 2K_3^Z}{h}\right) \frac{h^2}{2}, \end{aligned}$$

Dans un champ électrostatique à symétrie de révolution, nous avons vu que le mouvement d'un électron était défini par deux équations différentielles simultanées ne dépendant que des coordonnées r et z , qui fixent la position d'un électron dans un plan de symétrie. Dans ce cas, la variable indépendante est le temps et la résolution du système est très simplifiée.

Soient

$$r'' = h(r, z), \quad z'' = q(r, z)$$

les deux équations différentielles du mouvement. On a, pour un intervalle de temps $\Delta t = h$,

$$\begin{aligned} r(t_0 + h) &= r(t_0) + \frac{1}{3}(K_1^r + 2K_2^r), \\ hr'(t_0 + h) &= hr'(t_0) + \frac{1}{3}(K_1^r + 2K_2^r) + \frac{1}{3}(2K_2^r + K_3^r); \\ z(t_0 + h) &= z(t_0) + \frac{1}{3}(K_1^z + 2K_2^z), \\ hz'(t_0 + h) &= hz'(t_0) + \frac{1}{3}(K_1^z + 2K_2^z) + \frac{1}{3}(2K_2^z + K_3^z). \end{aligned}$$

Les six coefficients K_1^r , K_2^r , K_3^r , K_1^z , K_2^z et K_3^z sont définis par les relations suivantes :

$$K_1^r = h(r_0, z_0) \frac{h^2}{2},$$

$$K_2^r = h \left(r_0 + \frac{r'_0 h}{2} + \frac{K_1^r}{4}, z_0 + \frac{z'_0 h}{2} + \frac{K_1^z}{4} \right) \frac{h^2}{2},$$

$$K_3^r = h(r_0 + r'_0 h + K_2^r, z_0 + z'_0 h + K_2^z) \frac{h^2}{2};$$

$$K_1^z = q(r_0, z_0) \frac{h^2}{2},$$

$$K_2^z = q \left(r_0 + \frac{r'_0 h}{2} + \frac{K_1^r}{4}, z_0 + \frac{z'_0 h}{2} + \frac{K_1^z}{4} \right) \frac{h^2}{2},$$

$$K_3^z = q(r_0 + r'_0 h + K_2^r, z_0 + z'_0 h + K_2^z) \frac{h^2}{2}.$$

Connaissant r , r' , z et z' pour $t = t_0 + h$, on les calcule pour $t = t_0 + 2h$ et ainsi de suite. Les différentes valeurs des fonctions h et q sont déterminées, par interpolation linéaire, à partir du réseau à mailles carrées donnant les valeurs des composantes E_r et E_z du champ électrique. L'intervalle de temps h doit être choisi de telle sorte qu'avec un intervalle de temps double, la différence entre les valeurs obtenues pour r , r' , z et z' soit négligeable. Pratiquement, l'intervalle de temps est suffisamment petit, lorsque les coefficients K_3^r et K_3^z pour un intervalle donné sont approximativement égaux aux coefficients K_1^r et K_1^z pour l'intervalle suivant. La vitesse de l'électron augmentant constamment pendant son mouvement (pour les cas que nous avons envisagés), on doit prendre au cours de l'intégration des valeurs décroissantes pour l'intervalle de temps h . Il y a intérêt à déterminer les différents coefficients avec un nombre suffisamment grand de décimales, de manière à diminuer les erreurs dues au calcul, erreurs qui s'ajoutent à chaque intervalle.

Au cours de l'intégration, il est très facile avec cette méthode de vérifier si le calcul a été bien mené. Supposons, en effet, que le point de coordonnées r_i et z_i soit situé sur l'équipotentielle V_i ; on doit avoir

$$r_i'^2 + z_i'^2 = v_i^2 = \frac{2e}{m} (V_i + \varphi_0) \frac{1}{300},$$

φ_0 étant la vitesse de l'électron en électronvolts, r_i' et z_i' les composantes de la vitesse en centimètres par seconde, e et m la charge et la masse de l'électron en u. e. s. C. G. S.

Epreuve de la méthode. — *Mouvement d'un électron dans un condensateur sphérique.* — Afin d'éprouver la méthode, nous avons comparé les résultats obtenus à l'aide de cette dernière avec ceux obtenus dans le cas où la trajectoire de l'électron peut être calculée par la mécanique ration-

nelle. Nous avons choisi le cas du mouvement d'un électron dans le champ électrostatique créé par un condensateur sphérique : le champ électrique étant radial et inversement proportionnel au carré de la distance au centre du condensateur, les équations différentielles qui définissent le mouvement d'un électron sont intégrables.

Soit un condensateur sphérique dont les armatures ont un rayon

$$R_1 = 12,5 \text{ cm} \quad \text{et} \quad R_2 = 50 \text{ cm};$$

le potentiel de l'armature externe est 0 et celui de l'armature interne est 3 000 V.

Les équipotentielles sont des sphères concentriques et à la distance x du centre, le potentiel est, en volts,

$$V_x = \frac{q_0}{\varepsilon_0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{50} \right) = 50\,000 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{50} \right),$$

q_0 étant la charge du condensateur et ε_0 un coefficient dont la valeur dépend des unités choisies.

La position d'un électron peut être définie par ses coordonnées polaires θ et ρ .

L'intégration des équations différentielles du mouvement, intégration très classique, conduit à l'équation de la trajectoire

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\mu}{A^2} + \sqrt{\frac{\mu^2}{A^4} + \frac{C^2}{A^2}} \cos(\theta - \alpha)$$

dans laquelle μ , A , C , α sont des constantes d'intégration.

Conditions initiales :

$$\rho_0 = 50 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \theta_0 = 0;$$

la vitesse initiale, dirigée perpendiculairement au rayon vecteur, est

$$v_0 = 25 \text{ eV}.$$

Dans ce cas particulier, on trouve que la trajectoire est une ellipse dont l'équation est

$$\rho = \frac{2,5022}{1 - 0,94966 \cos \theta} = \frac{p}{1 + e \cos \theta}.$$

On peut facilement calculer les éléments de cette ellipse; on a, en effet, en appelant $2c$ la distance des deux foyers, a le demi-grand axe et b le demi-petit axe :

$$a = \frac{p}{1 - e^2}, \quad b = \sqrt{ap}.$$

On trouve alors

$$a = 25,661 \text{ cm}, \quad b = 3,013 \text{ cm}.$$

Sur la figure 23, nous avons représenté, en trait plein, la trajectoire théorique OB. Si l'on rapporte l'ellipse à un système d'axes rectangulaires Oz et Or, on trouve, pour les coordonnées du point B,

$$r_B = 6,744 \text{ cm}, \quad z_B = 39,476 \text{ cm}.$$

L'angle V formé par la vitesse et le rayon vecteur est donné par l'équation

$$\operatorname{tg} V = \rho \frac{d\theta}{d\rho}.$$

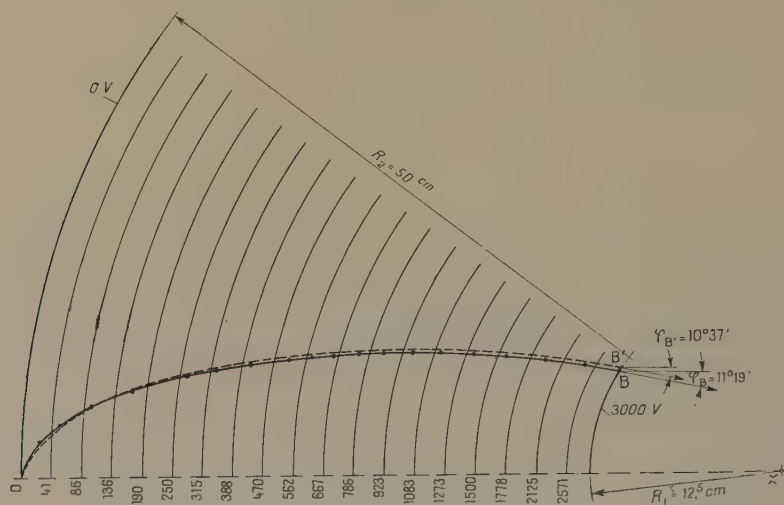


Fig. 23.

- Trajectoire théorique;
- Trajectoire déterminée par la méthode de la parabole;
- Points calculés par intégration numérique des équations du mouvement.

Au point B, on trouve pour V la valeur $21^{\circ}20'$ et les composantes de la vitesse suivant Or et Oz sont

$$r'_B = 0,6400 \cdot 10^9 \text{ cm/s}, \quad z'_B = 3,1976 \cdot 10^9 \text{ cm/s}.$$

Si l'on appelle, d'autre part, φ l'angle de la vitesse avec l'axe Oz, en B, on a

$$\varphi_B = 11^{\circ}19'.$$

Sur la figure 23, nous avons représenté également en trait pointillé, la trajectoire déterminée à l'aide de la méthode de la parabole. On voit que les deux trajectoires sont nettement différentes et l'on trouve, en particulier, que l'angle de la vitesse en B' avec l'axe Oz est

$$\varphi_{B'} = 10^{\circ}37'.$$

Remarquons que le cas particulier choisi est cependant favorable à l'utilisation de la méthode de la parabole, puisque entre deux équipotentielles voisines les lignes de force sont rigoureusement rectilignes.

Calcul de la trajectoire par intégrations successives des équations du mouvement. — La figure 2/1 représente deux réseaux à mailles carrées, le premier donnant la valeur E_z de la composante du champ électrique suivant Oz et le second la valeur $-E_r$ de la composante suivant Or. Pour le calcul d'une trajectoire électronique particulière, il n'est pas utile de calculer E_z et E_r dans tout le champ électrostatique; il suffit de les calculer aux sommets des mailles voisines d'une trajectoire approximative déterminée graphiquement.

Les résultats concernant le calcul de la trajectoire sont résumés dans le tableau II; le tableau III permet une comparaison, pour une abscisse égale à celle du point B, entre les valeurs calculées par cette méthode et les valeurs théoriques obtenues pour r , r' et z' .

TABLEAU II.

Intervalle d'intégration $h = 2.10^{-9}$ sec.

r .	$r'h$.	K_1^r .	K_2^r .	K_3^r .	z .	$z'h$.	K_1^z .	K_2^z .	K_3^z .
0	0,5932	0	-0,0004	-0,0008	0	0	0,0704	0,0704	0,0706
0,5929	0,5924	-0,0008	-0,0016	-0,0017	0,0704	0,1409	0,0706	0,0708	0,0712
1,1842	0,5899	-0,0017	-0,0021	-0,0026	0,2821	0,2827	0,0712	0,0716	0,0720
1,7721	0,5856	-0,0026	-0,0031	-0,0035	0,6363	0,4259	0,0720	0,0728	0,0735
2,3548	0,5795	-0,0035	-0,0041	-0,0046	1,1347	0,5714	0,0735	0,0744	0,0753
2,9304	0,5713	-0,0046	-0,0051	-0,0057	1,7802	0,7202	0,0753	0,0765	0,0776
3,4068	0,5611	-0,0057	-0,0063	-0,0071	2,5765	0,8732	0,0776	0,0790	0,0806
4,0518	0,5484	-0,0071	-0,0077	-0,0085	3,5282	1,0312	0,0806	0,0823	0,0842
4,5927	0,5329	-0,0085	-0,0094	-0,0104	4,6411	1,1958	0,0842	0,0863	0,0885
5,1165	0,5141	-0,0104	-0,0113	-0,0123	5,9225	1,3684	0,0885	0,0914	0,0945
5,6196	0,4915	-0,0123	-0,0136	-0,0150	7,3813	1,5512	0,0945	0,0979	0,1014
6,0979	0,4642	-0,0150	-0,0166	-0,0182	9,0293	1,7471	0,1014	0,1058	0,1103
6,5460	0,4310	-0,0182	-0,0283	-0,0228	10,8807	1,9587	0,1103	0,1156	0,1218
6,9574	0,3903	-0,0228	-0,0255	-0,0288	12,9532	2,1902	0,1218	0,1288	0,1370
7,3231	0,3391	-0,0288	-0,0325	-0,0373	15,2699	2,4482	0,1370	0,1463	0,1573
7,6309	0,2737	-	-	-	17,8613	2,7414	-	-	-

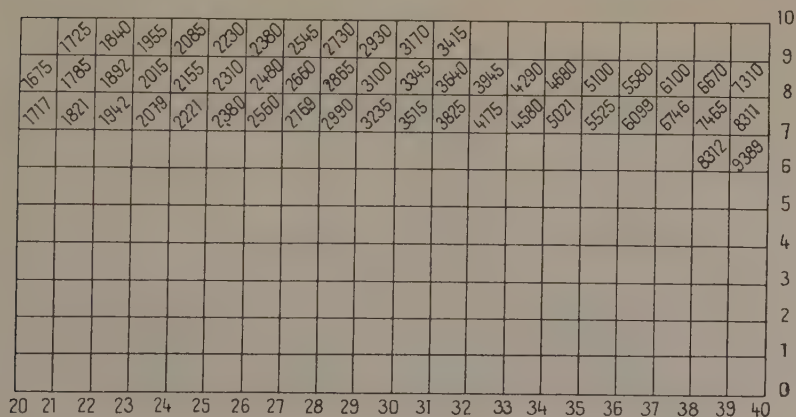
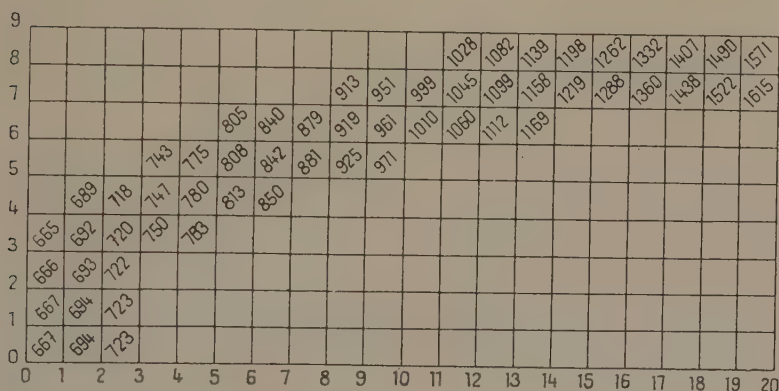
Intervalle d'intégration $h = 1.10^{-9}$ sec.

7,6309	0,1368	-0,0093	-0,0100	-0,0108	17,8613	1,3707	0,0393	0,0408	0,0425
7,7579	0,1167	-0,0108	-0,0116	-0,0126	19,2723	1,4524	0,0425	0,0444	0,0465
7,8633	0,0935	-0,0126	-0,0136	-0,0147	20,7685	1,5413	0,0465	0,0487	0,0512
7,9935	0,0662	-0,0147	-0,0161	-0,0176	22,3578	1,6388	0,0512	0,0539	0,0569
7,9941	0,0340	-0,0176	-0,0193	-0,0215	24,0496	1,7467	0,0569	0,0606	0,0647
8,0094	-0,0047	-0,0215	-0,0240	-0,0269	25,8557	1,8681	0,0647	0,0695	0,0745
7,9815	-0,0529	-0,0269	-0,0305	-0,0346	27,7917	2,0072	0,0745	0,0808	0,0879
7,8993	-0,1141	-0,0346	-0,0399	-0,0466	29,8776	2,1691	0,0879	0,0967	0,1070
7,7471	-0,1943	-0,0466	-0,0554	-0,0664	32,1468	2,3630	0,1070	0,1198	0,1356
7,5003	-0,3059	-0,0664	-0,0815	-0,1036	34,6253	2,6036	0,1355	0,1557	0,1831
7,1179	-0,4713	-	-	-	37,3779	2,9174	-	-	-

TABLEAU III.

	Trajectoire	
	théorique.	calculée.
Σ	39,476 cm	39,476 cm
r	6,744	6,739
r'	0,6400.10 ³ cm/s	0,6378.10 ³ cm/s
Σ'	3,1976.19 ³	3,1932.10 ³
Σ_E	11° 19'	11° 18'

trajectoire théorique; on voit également que l'angle de la vitesse est déterminé avec une grande précision.



Application de la méthode. — *Evaluation de la courbure de champ.*
— Les résultats obtenus montrent que le calcul d'une trajectoire marginale par intégration des équations du mouvement permet de définir avec précision la position et la direction de la vitesse d'un électron en un point quelconque du champ électrostatique. Nous avons employé cette méthode pour calculer l'ordre de grandeur de la courbure de champ du télescope précédemment utilisé. Sur la figure 22, nous avons représenté, en traits ponctués, les trajectoires 1' et 3' calculées par intégrations successives des équations du mouvement : on voit qu'elles diffèrent notablement des trajectoires 1 et 3, qui ont mêmes conditions initiales et qui ont été déterminées graphiquement; les points A' et A'', images du point A de la cathode, sont surtout très différents.

Connaissant un point A'' de la surface image, ainsi que le plan image de Gauss, déterminé à l'aide d'une trajectoire paraxiale, on peut tracer approximativement cette surface image. Une détermination plus exacte de cette dernière exigerait le calcul d'un plus grand nombre de trajectoires.

Remarques sur le calcul des trajectoires électroniques paraxiales. — La méthode que nous venons d'exposer est applicable au calcul des trajectoires électroniques paraxiales; il est cependant plus rapide d'intégrer directement l'équation différentielle de la trajectoire. Cette équation différentielle, différente selon que l'on considère, soit un champ électrostatique à symétrie axiale, soit un champ électrostatique à deux dimensions, peut être facilement intégrée à l'aide de la méthode de Runge-Kutta. Bien que dépassant le cadre de cet exposé, nous voudrions cependant considérer ce dernier cas, à cause de son importance pour le calcul de la trajectoire d'un électron entre les plaques déflectrices d'un oscilloscope ou de celle d'un électron dans certaines cellules à multiplificateurs d'électrons.

1. *Champ électrostatique à symétrie axiale.* — Dans ce cas, la trajectoire peut être écrite

$$R'' = - \frac{3}{16} \left(\frac{\varphi'}{\varphi + \varphi_0} \right)^2 R.$$

Elle est de la forme

$$\frac{d^2 R}{dz^2} = R f(z).$$

Connaissant pour $z = z_0$, les valeurs $R(z_0)$ et $R'(z_0)$, on calculera, pour un intervalle de la variable $\Delta z = h$, les valeurs $R(z_0 + h)$ et $R'(z_0 + h)$ à l'aide des deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} R(z_0 + h) &= R(z_0) + R'(z_0)h + \frac{1}{3}(K_1 + 2K_2), \\ h R'(z_0 + h) &= h R'(z_0) + \frac{1}{3}(K_1 + 2K_2) + \frac{1}{3}(2K_2 + K_3). \end{aligned}$$

Les trois coefficients K_1 , K_2 , K_3 sont obtenus à l'aide des relations

$$K_1 = [f(z_0)R_0] \frac{h^2}{2},$$

$$K_2 = \left[f\left(z_0 + \frac{h}{2}\right) \left(R_0 + \frac{R'_0 h}{2} + \frac{K_1}{4} \right) \right] \frac{h^2}{2},$$

$$K_3 = [f(z_0 + h)(R_0 + R'_0 h + K_2)] \frac{h^2}{2}.$$

Cette méthode, qui tient compte dans le développement en série de Taylor du terme en h^5 , permet de choisir, pour une même approximation,

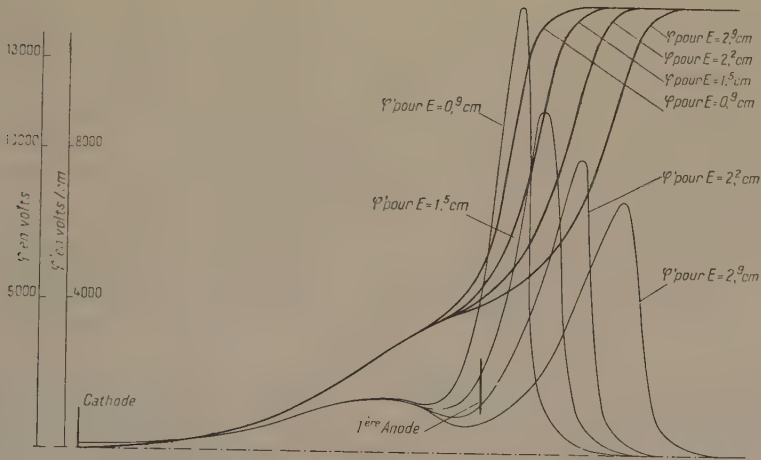


Fig. 25. — Potentiel et gradient de potentiel le long de l'axe pour différents écartements E des diaphragmes.

un intervalle d'intégration h plus grand qu'avec la méthode proposée par Brück et Romani. Ce n'est pas, cependant, un avantage très important, car pour un intervalle les calculs sont plus longs; l'intérêt est que l'examen des coefficients permet de s'assurer que l'intervalle d'intégration n'est pas trop grand. Comme dans le cas de l'intégration numérique de deux équations différentielles simultanées, le coefficient K_3 , pour un intervalle, doit être approximativement égal au coefficient K_1 de l'intervalle suivant. Pratiquement, il suffira donc de calculer une seule trajectoire, alors qu'avec la méthode de Brück, il est nécessaire de s'assurer, au cours de l'intégration en faisant les calculs pour un intervalle h et pour un intervalle double $2h$, que les résultats obtenus sont pratiquement identiques.

Pour le télescope précédemment utilisé et à l'aide de cette méthode, nous avons étudié la variation de la position du plan image, ainsi que

celle du grandissement linéaire, en fonction de l'écartement des deux anodes. Les réseaux d'équipotentiels ont été déterminés avec la cuve

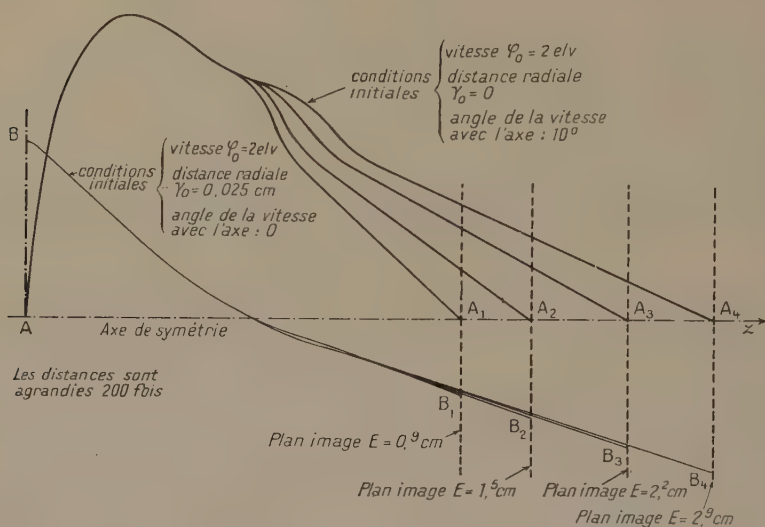


Fig. 26. — Détermination des propriétés optiques du premier ordre pour différents écartements des diaphragmes.

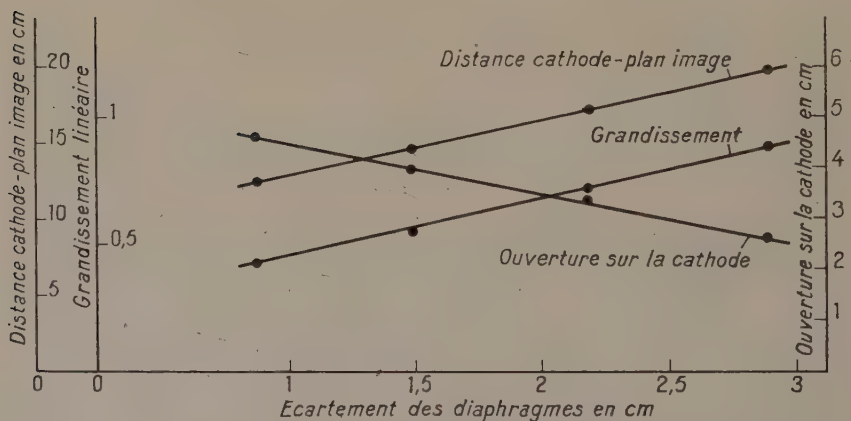


Fig. 27. — Résultats de l'étude concernant la variation des propriétés du premier ordre en fonction de l'écartement des diaphragmes.

électrolytique que nous avons décrite dans le chapitre I. Les courbes de la figure 25 représentent la variation du potentiel $\varphi(z)$, ainsi que sa dérivée première $\varphi'(z)$, pour quatre valeurs différentes de l'écartement

des anodes. Les trajectoires électroniques nécessaires à la détermination des propriétés du premier ordre sont représentées sur la figure 26.

Les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 27 : on voit que la distance cathode-plan image, ainsi que le grandissement linéaire, sont des fonctions linéairement croissantes de l'écartement des anodes.

2. *Champ électrostatique à deux dimensions.* — Soit un champ électrostatique à deux dimensions, rapporté à un système d'axes rectangulaires Oxy , Ox étant un axe de symétrie. $\varphi(x)$, $\varphi'(x)$, $\varphi''(x)$, ... étant la fonction potentiel sur l'axe, ainsi que ses dérivées successives, le potentiel au point x, y est [41]

$$V(x, y) = \varphi - \frac{1}{2} \varphi'' y^2 + \frac{1}{24} \varphi^{(4)} y^4 + \dots$$

Les équations différentielles qui définissent le mouvement d'un électron sont

$$y'' = -\frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial y}, \quad x'' = -\frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial x}.$$

En calculant $\frac{\partial V}{\partial y}$ et $\frac{\partial V}{\partial x}$ à l'aide de l'expression précédente et en éliminant le temps, on trouve, pour équation différentielle de la trajectoire d'un électron paraxial

$$y'' + \frac{\varphi'}{2\varphi} y' + \frac{\varphi''}{2\varphi} y = 0.$$

Au coefficient près du terme en φ'' cette expression est identique à l'équation différentielle de la trajectoire d'un électron paraxial dans un champ électrostatique à symétrie axiale. L'intérêt de l'équation de Picht est qu'elle ne renferme que la dérivée $\varphi'(z)$ du potentiel le long de l'axe de symétrie du système; nous avons donc cherché, par un changement de variable approprié, à mettre l'équation différentielle de la trajectoire d'un électron dans un champ électrostatique à deux dimensions sous une forme identique, c'est-à-dire indépendante de $\varphi''(x)$. Posons

$$y = Y^a,$$

a étant un coefficient que l'on déterminera en écrivant que le terme en φ'' est identiquement nul dans l'équation différentielle. En calculant y' et y'' et en portant dans l'équation différentielle de la trajectoire, on trouve que le coefficient du terme en φ'' est

$$\left(a R \varphi^{a-1} + \frac{R}{2} \varphi^{a-1} \right).$$

En écrivant que cette expression est identiquement nulle, on trouve

$$a = -\frac{1}{2}$$

et l'équation différentielle de la trajectoire prend la forme

$$Y'' = \frac{\varphi'}{2\varphi} Y' - \frac{1}{2} \left(\frac{\varphi'}{\varphi} \right)^2 Y = f(x) Y' - g(x) Y.$$

Cette équation peut être facilement intégrée à l'aide de la méthode de Runge-Kutta. Connaissant pour $x = x_0$ les valeurs $Y(x_0)$ et $Y'(x_0)$, on calculera, pour un intervalle de la variable $\Delta x = h$ les valeurs $Y(x_0 + h)$ et $Y'(x_0 + h)$, à l'aide des deux équations suivantes :

$$Y(x_0 + h) = Y(x_0) + \frac{1}{3}(K_1 + K_2 + K_3),$$

$$h Y'(x_0 + h) = h Y'(x_0) + \frac{1}{3}(K_1 + K_2 + K_3) + \frac{1}{3}(K_2 + K_3 + K_4).$$

Les quatre coefficients K_1 , K_2 , K_3 et K_4 sont obtenus à l'aide des équations suivantes :

$$K_1 = [f(x_0)Y'_0 - g(x_0)Y_0] \frac{h^2}{2},$$

$$K_2 = \left[f\left(x_0 + \frac{h}{2}\right) \left(\frac{Y'_0 h + K_1}{h} \right) - g\left(x_0 + \frac{h}{2}\right) \left(Y_0 + \frac{Y'_0 h}{2} + \frac{K_1}{4} \right) \right] \frac{h^2}{2},$$

$$K_3 = \left[f\left(x_0 + \frac{h}{2}\right) \left(\frac{Y'_0 h + K_2}{h} \right) - g\left(x_0 + \frac{h}{2}\right) \left(Y_0 + \frac{Y'_0 h}{2} + \frac{K_1}{4} \right) \right] \frac{h^2}{2},$$

$$K_4 = \left[f(x_0 + h) \frac{Y'_0 h + 2K_3}{h} - g(x_0 + h) (Y_0 + Y'_0 h + K_3) \right] \frac{h^2}{2}.$$

Conclusion. — Si l'on se reporte aux résultats obtenus dans l'évaluation de la courbure de champ, on voit que, malgré la présence d'une cathode courbe, la surface image est très incurvée; dans le plan image on n'obtient des images dont la définition est satisfaisante qu'en raison de la finesse des pinceaux électroniques émis par la photocathode. Pour améliorer la définition de l'image, on pourrait songer à augmenter la courbure de la cathode; cette solution étant irréalisable pratiquement, on sera amené à augmenter le gradient de potentiel au voisinage de la cathode, de manière à diminuer encore la section des pinceaux électroniques. On est cependant limité dans ce sens, car il ne faut pas que l'amélioration de définition se fasse, par augmentation de l'émission froide, au détriment du contraste de l'image : dans le chapitre suivant, nous analyserons et déterminerons donc l'importance des diverses causes possibles de courant résiduel et nous étudierons, en particulier, la variation de l'émission de champ en fonction du champ électrique sur la cathode.

CHAPITRE III.

ANALYSE ET IMPORTANCE DES DIVERSES CAUSES DE LUMIÈRE PARASITE.

Lorsque l'on examine un télescope électronique parfaitement protégé contre l'action de photons incidents, on constate que l'écran fluorescent est le siège d'une émission lumineuse. Cette émission lumineuse, dite émission parasite, est tout à fait indésirable, car elle diminue le contraste de l'image et, en limitant le pouvoir amplificateur du télescope, elle rend impossible la vision des objets faiblement éclairés. Il est donc nécessaire, si l'on veut augmenter la sensibilité du télescope, d'examiner les différents facteurs dont dépend le contraste de l'image et d'analyser et de déterminer l'importance des diverses causes possibles de cette émission parasite.

Parmi ces causes, on peut distinguer des causes principales, qui produisent une émission parasite même en l'absence de photons incidents et des causes secondaires qui amplifient l'action des premières. Ces dernières causes produiraient, ainsi que nous le montrerons, même dans le cas idéal où l'émission électronique parasite pourrait être supprimée, une diminution du contraste de l'image.

1° *Causes principales.* — Parmi ces causes, nous distinguerons :

a. Émission lumineuse due à la formation de petits arcs à l'extérieur du tube;

b. Émission de champ due à la présence d'un gradient de potentiel sur la cathode;

c. Émission thermique de la photocathode.

2° *Causes secondaires :*

a. Effets que produisent les ions positifs résultant de l'ionisation du gaz resté dans le tube;

b. Émission d'électrons secondaires par les diaphragmes constituant le système focalisateur, lorsque ceux-ci sont bombardés par certains électrons primaires;

c. Émission lumineuse de l'écran fluorescent.

Il est vraisemblable que toutes ces causes étant éliminées, quelques électrons parviendraient encore sur l'écran fluorescent; leur émission pourrait être due à la radioactivité du verre, aux rayons cosmiques ou aux rayons X de grande longueur d'onde créés par le bombardement électronique des surfaces métalliques constituant les électrodes.

Étude préliminaire. — Dans une étude préliminaire, nous avons étudié :

1° *Variation, en l'absence de photons incidents, de la brillance de l'écran fluorescent en fonction du potentiel de la cathode.* — *a. Principe des mesures.* — Dans le cas de fonctionnement normal du tube que nous avons utilisé, la première anode est à la masse, de sorte que la cathode est à un potentiel négatif par rapport à celle-ci. Pour différentes tensions de la cathode, on règle le potentiel de la deuxième anode, de manière à obtenir, sur l'écran fluorescent, l'image nette d'un objet A. Cet objet est constitué par un carré d'aluminium peint en blanc; la partie centrale, percée d'un trou circulaire, est prolongée par une boîte parallélépipédique dont les parois ont été garnies de papier noir. De cette façon, on obtient un objet ayant un bon contraste; une lampe permet de l'éclairer. Le télescope étant réglé, on fait l'obscurité. Il est nécessaire d'attendre quelques minutes avant de commencer les mesures de brillances. Les brillances ont été mesurées à l'aide d'un nitomètre Jobin et Yvon; un filtre spécial, placé entre l'œil et l'oculaire, permet de faire des mesures homochromes.

b. Résultats. — Les résultats obtenus sont illustrés figure 28.

On voit que la courbe de la brillance en fonction du potentiel de la cathode est du genre parabole, résultat qui s'interprète facilement, car on sait, d'après Lénard, que la brillance d'un écran fluorescent, proportionnelle à l'intensité du courant électronique, est donnée par la formule

$$B = k i (V - V_0)^2$$

dans laquelle B est la brillance de l'écran, k un facteur de proportionnalité, i l'intensité du courant électronique, V le potentiel de l'écran par rapport à celui de la cathode et V_0 le seuil au-dessous duquel les électrons ont une vitesse trop faible pour exciter la fluorescence de l'écran. Ce résultat a été confirmé ultérieurement par Nottigham [42] qui a montré que cette relation était valable à condition que l'on ait

$$i(V - V_0)^2 < 5 \quad (i \text{ en ampères, } V \text{ en volts}).$$

Pour le télescope électronique que nous avons utilisé et pour une mise au point correcte, on doit avoir

$$V = -4V_c,$$

V_c étant le potentiel de la cathode.

2° *Détermination de l'éclairement limite en fonction du potentiel de la cathode.* — Lorsque l'on diminue l'éclairement d'un objet regardé à l'aide d'un télescope électronique on constate, qu'au-dessous d'une certaine valeur de cet éclairement, l'écran fluorescent devient uniforme

et qu'il est alors impossible de distinguer l'objet. Pour utiliser le télescope dans les meilleures conditions, il est important de savoir si la valeur de l'éclairement limite dépend des potentiels de fonctionnement et s'il existe des potentiels optima pour lesquels l'éclairement limite a une valeur minimum. Afin de répondre à ces deux questions, nous avons étudié la variation de l'éclairement limite en fonction du potentiel de la cathode (le potentiel de la deuxième anode étant réglé de manière à obtenir une image nette).

a. Principe des mesures. — Comme précédemment, l'objet A est éclairé par une lampe étalon de 0,52 bougie; sur le trajet du faisceau lumineux,

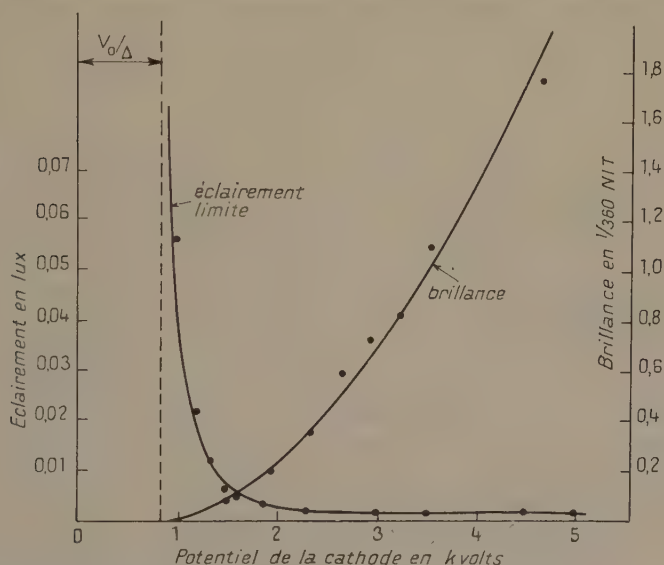


Fig. 28. — Brillance de l'écran due à l'émission parasite et éclairement limite en fonction du potentiel de la cathode.
(Par erreur, le dessin porte V_0/Δ , au lieu de $V_0/4$.)

entre la lampe et l'objet, on place un disque de Talbot; en faisant varier l'angle d'ouverture du disque, on peut déterminer la valeur de l'angle pour lequel la brillance de l'écran devient uniforme. Connaissant la distance lampe-objet, ainsi que l'ouverture, on peut calculer, pour différentes valeurs du potentiel de la cathode, la valeur de l'éclairement limite.

b. Résultats. — Les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 28.

Au-dessous d'une certaine valeur $\frac{V_0}{4}$ du potentiel de la cathode les électrons, quel qu'en soit le nombre, ont une vitesse trop faible pour illuminer l'écran fluorescent et l'éclairement limite devient infini.

La diminution rapide de l'éclairement limite lorsque l'on augmente le potentiel de la cathode, est due à une propriété physiologique de l'œil. Soit, en effet, B_i la brillance de l'image et B_0 la brillance du fond continu; l'œil ne distinguera l'image que si le contraste de celle-ci, défini par la relation

$$\gamma = \frac{B_i - B_0}{B_i};$$

est au moins égal au contraste limite γ_L . Ce contraste limite, approximativement constant pour les brillances moyennes croît, au contraire, lorsque celles-ci deviennent ou très faibles ou très grandes.

En utilisant l'équation de Lénard, on a

$$\gamma = \frac{B_i - B_0}{B_0} = \frac{k(i_i + i_0)(V - V_0)^2 - ki_0(V - V_0)^2}{k(i_i + i_0)(V - V_0)^2} = \frac{i_i}{i_i + i_0} \frac{1}{1 + \frac{i_0}{i_i}}$$

si l'on appelle i_0 l'intensité électronique due à l'émission parasite et i_i celle due à l'émission photoélectrique. L'émission parasite étant, comme nous le montrerons, indépendante du potentiel de la cathode, pour l'intervalle de potentiels exploré, il s'ensuit qu'une diminution du contraste limite γ_L se traduit par une diminution du courant photoélectrique qui est nécessaire pour distinguer l'image, c'est-à-dire par une diminution de l'éclairement limite. L'examen de la courbe montre, d'autre part, que l'éclairement limite et, par conséquent, la sensibilité du télescope, sont constants entre 3 000 et 5 000 V à la cathode; on devra donc choisir, pour cette dernière, un potentiel de fonctionnement compris entre ces deux valeurs, guidé dans ce choix par la luminosité de l'image que l'on désire obtenir.

Émission lumineuse due à la formation d'arcs. — Les parois externes du tube peuvent être le siège d'arcs jaillissant entre les contacts et les parois de verre; ces arcs sont dus à l'humidité atmosphérique qui se dépose sur les parois, surtout lorsque l'on refroidit le télescope. Dans tous les cas, nous avons pu les supprimer en plaçant le télescope dans une enceinte renfermant un déshydratant.

Émission de champ due à la présence d'un gradient de potentiel sur la cathode. — Le champ électrique existant au voisinage d'un métal pur diminue le travail d'extraction et augmente, par conséquent, le courant thermique. Schottky a calculé l'importance de cet effet : si I_s est le courant de saturation pour une température T , le courant en présence d'un champ électrique E est :

$$I = I_s e^{4,803 \frac{\sqrt{E}}{T}}.$$

Pour les couches composites, la formule de Schottky n'est pas appli-

cable et le courant croît avec le champ beaucoup plus rapidement. Pour les champs électriques élevés, on observe une émission électronique intense; la théorie des images électriques ne permet pas d'interpréter cette émission, car elle est indépendante de la température. La mécanique ondulatoire l'explique en admettant une « transmission en tunnel » à travers la barrière de potentiel. On trouve alors, pour le courant électronique, une expression qui rappelle la formule de Richardson

$$I = \alpha E^2 e^{-\frac{b}{aE}},$$

dans laquelle a et b sont des coefficients liés au travail d'extraction.

L'aberration chromatique est inversement proportionnelle au gradient de potentiel existant au voisinage immédiat de la cathode. Nous avons montré, d'autre part, que l'on avait intérêt, pour diminuer la courbure de champ, à augmenter ce même gradient de potentiel. Il ne faut pas, cependant, que l'amélioration de la définition de l'image ainsi réalisée se fasse, par augmentation de l'émission de champ, au détriment du contraste de l'image. Nous avons donc décidé d'étudier l'émission parasite en fonction du gradient de potentiel sur la cathode : en plaçant le télescope dans une enceinte à température bien constante, la variation de l'émission parasite, s'il y a lieu, ne devra être attribuée qu'à une variation de l'émission de champ, puisque les autres causes d'émission parasite restent inchangées.

a. Principe des mesures. — Pour une température ambiante T bien définie et des potentiels de fonctionnement V_c et V_a (V_c , potentiel de la cathode et V_a , potentiel de la deuxième anode), la brillance de l'écran fluorescent dans l'obscurité est B_0 . Prenons maintenant un potentiel pour la cathode $V'_c < V_c$ et choisissons le potentiel de la deuxième anode V'_a tel que l'on ait

$$-V'_c + V'_a = -V_c + V_a.$$

Dans ce second cas, l'image d'un objet n'est plus nette; le rapport des potentiels $\frac{V'_a}{V'_c}$ étant plus petit que $\frac{V_a}{V_c}$ le télescope est moins focalisant et l'image se forme derrière l'écran; à l'aide d'une lentille magnétique, on peut ramener l'image sur celui-ci. Pour pouvoir comparer les brillances dues à l'émission parasite, il faut tenir compte du fait que le grandissement linéaire n'est pas identique dans les deux cas. Considérons, en effet, sur la cathode, une surface représentée par un carré ayant 1 cm de côté; lorsque le potentiel de la cathode est V_0 , le courant parasite est i et les électrons émis se groupent sur une surface de l'écran égale à G^2 , en appelant G le grandissement linéaire. Supposons que dans le deuxième cas la cathode émette le même nombre d'électrons par centimètre carré; ces électrons se groupent maintenant sur une surface G'^2

de l'écran, si G' est le nouveau grandissement. En appelant B_0 la brillance de l'écran dans ce second cas, il est évident que l'on a, CD et $C'D'$ étant les images d'un même objet AB

$$B'_0 = \frac{B_0 G^2}{G'^2} = B_0 \left(\frac{CD}{C'D'} \right)^2,$$

puisque l'énergie des électrons est restée inchangée et que nous savons que la brillance de l'écran est proportionnelle à l'intensité du courant électronique i . Si la brillance B'_0 mesurée dans le second cas est différente de $B_0 \left(\frac{CD}{C'D'} \right)^2$, on en déduira que le courant parasite a varié, puisque seul le gradient de potentiel au voisinage de la cathode est différent; on aura ainsi mis en évidence l'action du champ électrique sur l'émission parasite. Les relevés à la cuve électrolytique montrent que le gradient de potentiel au voisinage de la cathode ne dépend que du potentiel de celle-ci, le champ de pénétration créé par le deuxième anode n'intervenant pas dans le cas des potentiels que nous avons utilisés. Pour

$$V_c = -5\,000 \text{ V} \quad \text{et} \quad V_a = 15\,000 \text{ V},$$

on trouve, pour le champ électrique, la valeur $E = 170 \text{ V/cm}$, au centre de la cathode. Pour déterminer $\left(\frac{CD}{C'D'} \right)$, nous avons mesuré, dans les deux cas, la grandeur de l'image d'un objet donné; les mesures ont été faites avec une précision de $2/10$ millimètre environ; l'image se formant sur la paroi interne du tube et les mesures ne pouvant être effectuées qu'extérieurement, nous avons utilisé, afin d'éviter les erreurs dues à la parallaxe, le dispositif suivant : une loupe est placée dans un cylindre en laiton de telle sorte que son foyer se trouve dans le plan d'un couvercle fermant le tube à l'une de ses extrémités; ce couvercle est percé en son centre d'un petit trou au travers duquel on regarde l'image; on évite ainsi les erreurs de parallaxe, puisque tous les rayons qui pénètrent dans l'œil sont sensiblement parallèles.

b. Résultats. — Les résultats obtenus sont illustrés dans le tableau IV.

On voit qu'avec le procédé de mesure employé, nous n'avons pu mettre en évidence aucune variation de l'émission de champ en fonction du gradient de potentiel sur la cathode. Pour obtenir l'ordre de grandeur de l'émission de champ, nous avons refroidi vigoureusement le télescope à une température de -120°C ; en refroidissant ainsi la photocathode, on élimine, en effet, l'émission parasite d'origine thermique, de sorte que l'émission de champ a une valeur qui est au maximum celle du courant résiduel restant. Nous avons constaté alors que l'écran fluorescent n'était plus le siège que d'une émission lumineuse très faible, que l'œil malgré un séjour prolongé dans l'obscurité distinguait difficilement. L'émission

de champ est donc très faible et ces mesures montrent tout l'intérêt que l'on a à augmenter le gradient de potentiel au voisinage de la cathode, puisque l'on ne modifie pas le contraste de l'image et que, par contre, on améliore sa définition en réduisant l'aberration chromatique et la courbure de champ.

TABLEAU IV.

Énergie des électrons (en V).	Potentiel de la cathode (en V).	Potentiel de la 2 ^e anode (en V).	Champ électrique (en V/cm)	Grandeur de l'image (en mm).	Brillance B ₀ (en 1/360 Nit).	Brillance B' ₀ (en 1/360 Nit).	$B'_0 \frac{G'^2}{G^2}$
<i>Premières mesures : température du télescope $\theta = 22^\circ$ C.</i>							
11 000	— 2 750	+ 8 250	93	9,4	0,85	—	—
11 000	— 7 000	+ 4 000	238	9,6	—	0,84	0,87
11 000	— 7 000	+ 4 000	238	9,6	—	0,85	0,88
11 000	— 7 000	+ 4 000	238	9,6	—	0,80	0,83

Deuxièmes mesures : température du télescope $\theta = 17^\circ$ C.

14 000	— 3 500	+ 10 500	119	10,1	1,1	—	—
14 000	— 10 000	+ 4 000	340	9,7	—	1,15	1,06
14 000	— 10 000	+ 4 000	340	9,9	—	1,15	1,1

Émission thermique de la photocathode. — L'émission thermique d'un métal pur obéit à la loi de Richardson :

$$i = AT^2 e^{-\frac{e\varphi_0}{kT}},$$

dans laquelle i est le courant émis en ampères par centimètre carré, e la charge de l'électron en coulomb, k la constante de Boltzmann en joule par degré, T la température absolue et φ_0 le travail d'extraction exprimé en volts, A est une constante universelle dont la valeur est de 120 A/cm²/deg². Les déterminations expérimentales fournissent cette valeur pour beaucoup de métaux purs; pour les surfaces composites, par contre, les écarts avec la valeur théorique peuvent être très grands. Ces écarts peuvent être interprétés en faisant intervenir différents facteurs, tels, par exemple, la géométrie, l'état et la contamination de la surface. Quoi qu'il en soit, on retient généralement, pour les surfaces composites, la forme simple de l'équation de Richardson, les constantes A et φ_0 déduites des mesures thermiques caractérisant alors une surface donnée.

1^o Étude de la variation de l'émission parasite en fonction de la température de la photocathode. — L'émission thermique de la photocathode fournissant une contribution importante au courant résiduel, puisque l'émission lumineuse parasite de l'écran fluorescent est pratiquement

supprimée lorsque l'on refroidit vigoureusement le télescope, nous avons décidé d'étudier la variation de cette émission en fonction de la température.

Principe des mesures. — Cette étude a été faite en mesurant, dans l'obscurité, la brillance de l'écran fluorescent; cette méthode photométrique est préférable à toute méthode électrique, car, obtenant sur l'écran fluorescent l'image de la cathode, on peut étudier l'émission parasite de très petites portions de celle-ci, sans qu'il y ait aucune ambiguïté possible sur l'origine des électrons émis. En utilisant, par contre, une méthode électrique, le courant mesuré est une quantité

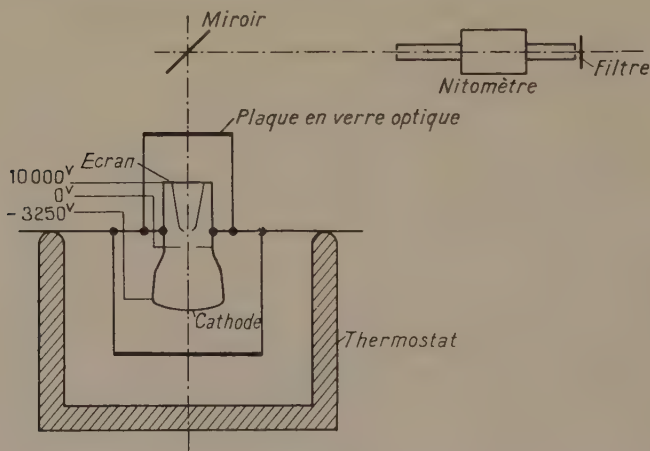


Fig. 29.

complexe : à l'émission parasite proprement dite de la photocathode se joignent les courants de fuite à la surface du verre, ainsi qu'une émission d'électrons secondaires, inégalement répartie à la surface de l'écran et due aux chocs de certains électrons primaires sur les diaphragmes constituant le système focalisateur.

Le montage expérimental est indiqué sur la figure 29. Pendant les mesures, le télescope est isolé de l'atmosphère, afin d'éviter aux basses températures la condensation de vapeur d'eau sur les parois du tube. La température régnant dans le thermostat est évaluée au $1/10^{\circ}$ de degré; pour les températures inférieures à 0° , le bain du thermostat est constitué par de l'essence; un miroir placé au-dessus de l'écran à 45° permet d'utiliser le nitomètre dans sa position normale.

Les potentiels de fonctionnement ont été réglés de manière à obtenir sur l'écran fluorescent, l'image nette d'un objet; on avait

Potential de la cathode.....	— 3 250 V
Potential de la 2 ^e anode	+ 10 000 V

Avant chaque mesure, nous avons vérifié que les potentiels étaient bien constants, afin d'éviter une variation de la brillance de l'écran due à un changement de la vitesse des électrons.

Les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 30.

Si l'on porte en abscisses l'inverse de la température absolue et en ordonnées $\log_{10} \frac{i}{T^2}$, la courbe de Richardson se traduit par une droite dont l'équation est

$$\log_{10} \frac{i}{T^2} = \log_{10} A - \frac{1}{2,305} \frac{e \varphi_0}{kT}.$$

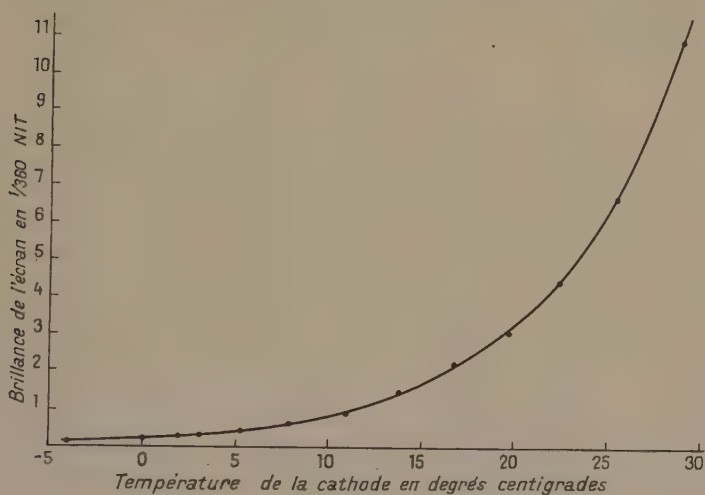


Fig. 30. — Variation de l'émission parasite en fonction de la température.

Le coefficient angulaire de cette droite est proportionnel au travail d'extraction thermique de la couche et son ordonnée à l'origine est égale au logarithme décimal du coefficient A. Sur l'écran fluorescent, les brillances dues aux diverses causes de lumière parasite s'ajoutent et l'on a

$$\text{brillance mesurée} = B_{th} + B_0,$$

B_{th} étant la brillance due à l'émission thermique et B_0 celle due à toutes les autres causes. Posons

$$B = ai,$$

a étant une constante dépendant de la vitesse des électrons et du rendement énergétique de l'écran. L'équation de Richardson s'écrit

$$\log_{10} \frac{B}{T^2} = \log_{10} a A - \frac{1}{2,305} \frac{e \varphi_0}{kT}.$$

On voit, sur cette formule, que la valeur de A ne pourra être déterminée

que dans la mesure où l'on connaît α ; avec un télescope existant, cette détermination est impossible.

Les résultats du tableau V sont illustrés sur la figure 31. On voit que pour les températures comprises entre 30 et 50 C environ la courbe représentative est une droite, mais qu'elle s'incurve pour les températures plus basses et présente alors une courbure positive. Le phénomène est général et nous avons trouvé des courbes d'allure identique avec deux autres télescopes électroniques. De tels écarts à la loi de Richardson ont déjà été signalés par J. Rajchman [43] et P. Görlich [44] pour des couches photoélectriques de même composition que celles que nous avons utilisées.

TABLEAU V.

t (°C).	T.	T^2 .	B.	$\frac{B_1}{T^2}$.	$\log_{10} \frac{B}{T^2}$.	$\frac{1}{T}$.
— 4.....	269	$7,23 \cdot 10^5$	0,14	$1,94 \cdot 10^{-6}$	$\bar{6} + 0,288$	0,003718
0.....	273	7,45	0,24	3,22	$\bar{6} + 0,508$	0,003663
+ 2.....	275	7,56	0,31	4,04	$\bar{6} + 0,606$	0,003636
+ 3,1.....	276,1	7,64	0,34	4,45	$\bar{6} + 0,648$	0,003622
+ 5,3.....	278,3	7,75	0,44	5,67	$\bar{6} + 0,754$	0,003593
+ 6,2.....	279,2	7,79	0,49	6,3	$\bar{6} + 0,799$	0,003582
+ 8.....	281	7,90	0,60	7,58	$\bar{6} + 0,880$	0,003558
+ 11.....	284	8,06	0,91	11,3	$\bar{6} + 1,053$	0,003521
+ 13,9.....	286,9	8,23	1,45	17,6	$\bar{6} + 1,246$	0,003485
+ 16,8.....	289,8	8,39	2,20	26,2	$\bar{6} + 1,418$	0,003450
+ 19,8.....	292,8	8,59	3,1	36,1	$\bar{6} + 1,558$	0,003415
+ 22,5.....	295,5	8,72	4,5	51,6	$\bar{6} + 1,713$	0,003384
+ 25,5.....	298,5	8,90	6,7	75,9	$\bar{6} + 1,880$	0,003350
+ 29,8.....	302,8	9,16	11,0	120	$\bar{6} + 2,079$	0,003302

Le travail d'extraction thermique φ_0 peut être calculé à partir du coefficient angulaire de la partie rectiligne de la courbe de Richardson; nous avons trouvé

$$\varphi_0 = 0,94 \text{ V.}$$

Pour les deux autres télescopes, la pente de la partie rectiligne des courbes de Richardson est pratiquement identique; les deux courbes, cependant, ne sont pas confondues et sont décalées l'une par rapport à l'autre. Ce fait peut être expliqué en admettant, soit une valeur différente du coefficient A pour les deux couches, soit une valeur différente du rendement énergétique des écrans fluorescents. Pour ces deux couches, nous avons trouvé

$$\varphi_0 = 1,0 \text{ V.}$$

Ces valeurs sont en bon accord avec celles trouvées par d'autres auteurs. P. Görlich (*loc. cit*), pour des cathodes du même type, trouve des valeurs comprises entre

$$\varphi_0 = 0,745 \text{ V} \quad \text{et} \quad \varphi_0 = 0,995 \text{ V};$$

N. R. Campbell [45] trouve pour φ_0 la valeur 0,60 V; les mesures ayant été faites au voisinage de 200°C, il y a lieu de remarquer qu'à cette température, une couche Ag—Cs²O—Cs n'est pas stable; la même remarque vaut en ce qui concerne la valeur donnée par L. R. Koller [46] qui a étudié l'émission thermique d'une couche du même type entre 373 et 473° K.

Pour expliquer la courbure positive présentée aux basses températures par la courbe de Richardson, Rajchman admet qu'il existe, en dehors de l'émission proprement dite de la photocathode, une autre émission indépendante de la température. Nous avons calculé les brillances théoriques qui, pour les basses températures, satisferaient à la loi

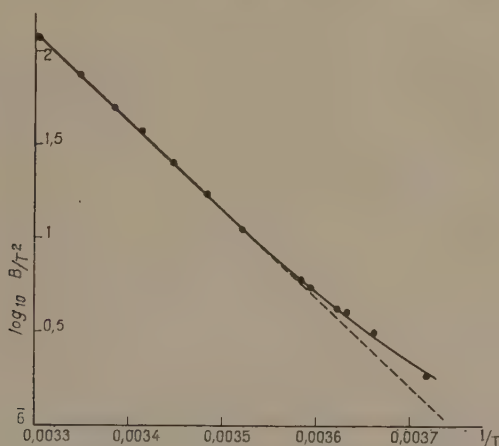


Fig. 31. — Courbe de Richardson.

de Richardson : on voit, sur la figure 32, que l'émission parasite indépendante de la température devrait produire, sur l'écran fluorescent, une brillance de l'ordre de 0,05/360 Nit; une telle brillance est parfaitement appréciable; or, ainsi que nous l'avons dit, en refroidissant vigoureusement le télescope, l'émission parasite est pratiquement supprimée de sorte que la brillance due au courant résiduel indépendant de la température est certainement très inférieure à 0,05/360 Nit. On en déduit donc que si, en toute rigueur, il subsiste une très faible émission parasite aux basses températures, celle-ci ne permet, en aucune manière, d'expliquer les écarts observés à la loi de Richardson.

Dans la formule de Richardson, le travail d'extraction φ_0 est considéré comme indépendant de la température et égal à sa valeur au zéro absolu. Cette hypothèse n'est vraie qu'en première approximation. La pente de la courbe de Richardson étant proportionnelle à φ_0 , on peut chercher à expliquer la courbure positive présentée par celle-ci, en admet-

tant que l'abaissement de température produit une diminution du travail d'extraction. De nombreux auteurs ont montré que, dans le cas des métaux purs, le travail d'extraction augmentait lorsque l'on diminuait la température. Dans le cas des couches composites, par contre, l'élévation de température correspondrait à une augmentation du travail d'extraction. On aurait, d'après Schottky et Rothe [47],

$$\varphi_T = \varphi_0 + aT,$$

dans laquelle φ_T est le travail d'extraction à la température absolue T , φ_0 le travail d'extraction au zéro absolu et a le coefficient de température de la couche.

Dans une étude récente, R. Suhrmann et F. W. Dehmelt [48] ont étudié les émissions thermique et photoélectrique d'une cellule $\text{Ag—Cs}_2\text{O—Cs}$ en fonction de la température d'activation. Pour chaque température d'activation, ils mesurent, au cours du refroidissement de la cellule, la valeur de l'émission thermique; l'émission photoélectrique est mesurée pour différentes températures d'un corps noir aux radiations duquel est soumise la cellule lorsqu'elle a repris une température $t = 20^\circ\text{C}$. Le travail d'extraction photoélectrique est calculé en utilisant la formule

$$i = A' T_1^2 e^{-\frac{e\varphi_T}{kT_1}},$$

i est le courant photoélectrique, A' une constante, T_1 la température du corps noir, k la constante de Boltzmann, e la charge de l'électron et φ_T le travail d'extraction photoélectrique à la température T (en degrés K) de la photocathode. Suhrmann et Dehmelt trouvent, pour a des valeurs comprises entre

$$a = 5,2 \cdot 10^{-4} \quad \text{et} \quad a = 22,4 \cdot 10^{-4} \text{ V/degré.}$$

Remarquons, tout d'abord, qu'une variation linéaire du travail d'extraction avec la température ne permet pas d'expliquer la courbure positive de la courbe de Richardson. En posant, en effet, $\varphi_T = \varphi_0 + aT$, l'équation de Richardson s'écrit

$$i_T = AT^2 e^{-\frac{e(\varphi_0 + aT)}{kT}} = \left(A e^{-\frac{ea}{k}} \right) T^2 e^{-\frac{e\varphi_0}{kT}}$$

et l'on a

$$\log_{10} \frac{i}{T^2} = \log_{10} A e^{-\frac{ea}{k}} - \frac{1}{2,305} \frac{e\varphi_0}{kT}.$$

C'est encore une droite dont le coefficient angulaire est proportionnel au travail d'extraction à 0°K . Si donc on veut expliquer la courbure positive de la courbe de Richardson par une diminution du travail

d'extraction lorsque la température décroît, il faut admettre que ce travail d'extraction peut être représenté en fonction de la température par une équation de la forme

$$\varphi_T = \varphi_0 + \alpha T + b T^2,$$

a et b étant des coefficients positifs.

R. Suhrmann et F. W. Dehmelt n'ont pu mettre une telle relation en évidence, puisqu'ils supposent, *a priori*, pour calculer a , que le travail d'extraction déduit des mesures photoélectriques à 20° C peut être

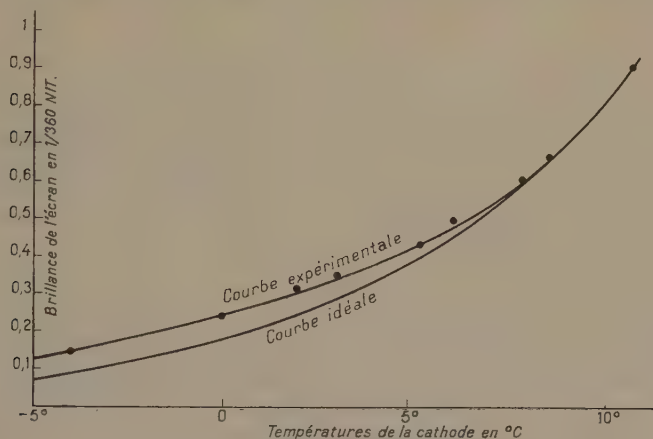


Fig. 32. — Courbe expérimentale de la brillance de l'écran en fonction de la température et courbe idéale satisfaisant à la loi de Richardson.

représenté en fonction du travail d'extraction déterminé à partir des mesures thermiques par l'équation linéaire

$$\varphi_T = \varphi_0 + \alpha T,$$

Nous avons donc entrepris l'étude de la variation du travail d'extraction en fonction de la température.

2° Variation du travail d'extraction en fonction de la température.

a. Principe des mesures. — Cette étude a été faite en mesurant, pour différentes températures de la cathode, la longueur d'onde limite de l'effet photoélectrique. Sur la photocathode du télescope électronique, on forme, à l'aide d'une lentille, l'image de la fente de sortie d'un monochromateur double. En faisant défiler devant cette fente de sortie le spectre donné par une lampe à filament de tungstène, on peut déterminer la longueur d'onde qui correspond à la disparition de l'image de

la fente sur l'écran fluorescent. Cette méthode, lorsque le télescope est vigoureusement refroidi, permet une détermination précise de la longueur d'onde limite : dans ce cas, en effet, le courant résiduel est pratiquement supprimé et l'image de la fente se détache sur un fond noir. La précision des mesures est uniquement liée au pouvoir séparateur du monochromateur et à la sensibilité de l'œil, sensibilité qui peut être très augmentée si avant la mesure on reste un long moment dans l'obscurité. Le monochromateur que nous avons utilisé est constitué par deux prismes en flint; son pouvoir séparateur peut être calculé à l'aide de la formule

$$P = e \frac{dn}{d\lambda} \frac{\lambda}{h} \frac{1}{f} \frac{1}{d + \lambda},$$

e est la base du prisme, $\frac{dn}{d\lambda}$ la variation de l'indice n du prisme en fonction de la longueur d'onde, h la largeur du faisceau lumineux tombant sur le prisme, d la largeur de la fente et f la distance focale du collimateur. Pour une fente de $1/10^\circ$ de millimètre et pour une longueur d'onde de $12\,000\text{ \AA}$, on trouve

$$P = 140\text{ \AA}.$$

Pour repérer les longueurs d'onde, une échelle millimétrique est placée dans le plan de la fente de sortie; nous avons choisi comme raie de repérage la raie $6\,404\text{ \AA}$ du néon et l'appareil a été étalonné, dans le visible, à l'aide du spectre d'émission donné par une lampe à vapeur de mercure et, dans l'infrarouge, à l'aide des spectres d'absorption d'un verre au néodyme et d'une solution de chloroforme. Afin de diminuer la lumière diffusée, nous avons fait réargenter les miroirs du monochromateur et nous avons placé, entre la fente de sortie et le télescope, un filtre Schott UG 7 de manière à éliminer les radiations pour lesquelles la couche photoélectrique est le plus sensible. Pour éviter aux basses températures la condensation de vapeur d'eau sur les parois du télescope, celui-ci est placé à l'intérieur d'un tube en verre, fermé à l'une de ses extrémités par une plaque en verre optique et à l'autre extrémité par la lentille précitée. La photocathode peut être refroidie à l'aide d'un récipient annulaire renfermant un mélange réfrigérant; un couple thermoélectrique permet de déterminer la température au voisinage immédiat de la photocathode. Le froid se propageant le long du tube extérieur, une résistance chauffante enroulée autour de ce dernier, à proximité de la lentille, permet d'éviter sur celle-ci la condensation de vapeur d'eau.

b. Résultats. — A l'aide de ces mesures, nous n'avons pu mettre en évidence aucune variation du travail d'extraction avec la température. Pour une température de la cathode de $+20^\circ\text{C}$, nous avons trouvé, par

exemple, une longueur d'onde limite de $14\,750\text{ \AA}$ et pour une température de -120°C une longueur d'onde limite de $15\,000\text{ \AA}$. Cette différence peut être expliquée en remarquant, qu'à la température ambiante, le courant résiduel étant important, l'image de la fente de sortie est moins contrastée qu'à très basses températures et sa disparition a lieu pour une longueur d'onde légèrement inférieure. On peut donc admettre que la longueur d'onde limite de l'effet photoélectrique est indépendante de la température et égale, pour la couche utilisée, à $15\,000\text{ \AA}$. Cette longueur d'onde limite correspond à un travail d'extraction de $0,83\text{ V}$. Le travail d'extraction déterminé à l'aide des mesures thermiques étant de $0,94\text{ V}$, c'est-à-dire nettement supérieur au travail d'extraction déduit de la longueur d'onde limite, il semble que nos résultats soient en contradiction avec le principe de Franck-Condon [49]; d'après ce dernier principe, en effet, on peut déduire que le travail d'extraction photoélectrique est légèrement supérieur au travail d'extraction thermique. Jusqu'ici, cependant, nous avons admis que la couche photoélectrique était homogène et possédait un travail d'extraction identique en tous ses points. Cette supposition n'est pas vraisemblable, car on sait que l'émission électronique dépend de l'orientation cristalline et le microscope électronique à émission a permis également de montrer qu'un métal chauffé n'émettait pas identiquement en tous points de sa surface. Ces derniers résultats, ainsi que ceux que nous avons obtenus, suggèrent de considérer la couche photoélectrique comme formée d'éléments microscopiques ayant une sensibilité différente; la plupart auraient un travail d'extraction voisin d'une valeur φ_p , un petit nombre d'autres pouvant posséder un travail d'extraction, ou plus grand ou plus petit. La probabilité d'existence de ces derniers diminuerait à mesure que le travail d'extraction s'écarterait de la valeur φ_p . Ces éléments, d'autre part, seraient répartis uniformément, car l'examen de l'écran fluorescent montre qu'il est impossible, avec le télescope électronique utilisé, de mettre en évidence, sur la couche photoélectrique, des zones possédant un travail de sortie différent.

Supposons que les éléments émissifs soient répartis suivant une fonction de distribution arbitraire $F(\varphi)$; le nombre d'éléments possédant un travail d'extraction compris entre φ et $\varphi + d\varphi$ est alors

$$dn = F(\varphi) d\varphi$$

et l'équation de Richardson s'écrit, dans ce cas,

$$i = T^2 \int_{\varphi_i}^{\varphi_k} A e^{-\frac{\varphi}{kT}} d\varphi,$$

φ_i et φ_k étant les valeurs extrêmes du travail d'extraction; le coefficient A

n'étant pas obligatoirement le même pour tous les éléments, on doit le conserver sous le signe somme. On peut poser

$$i = A_m T^2 e^{-\frac{e \varphi_m}{kT}},$$

A_m étant un facteur caractérisant la couche et φ_m le travail d'extraction moyen.

C'est cette valeur φ_m que l'on calcule à partir des mesures thermiques; avec la méthode qui consiste à mesurer le courant photoélectrique dû à l'énergie totale rayonnée par un corps noir, on obtient également la valeur moyenne du travail d'extraction photoélectrique, valeur que la détermination de la longueur d'onde limite est totalement impuissante à fournir. Dans ce cas, en effet, lorsque l'on augmente la longueur d'onde λ de la lumière incidente, le nombre d'éléments qui participent à l'émission photoélectrique devient de plus en plus faible, puisque l'on élimine tous ceux dont la longueur d'onde limite est plus petite que λ et il y a disparition de l'image de la fente lorsque les éléments qui possèdent une longueur d'onde limite $\leq \lambda$ fournissent une émission photoélectrique inférieure au plus petit courant électronique que l'on peut détecter avec la méthode de mesure employée. La valeur de la longueur d'onde limite, pour une couche déterminée, dépendra donc de la précision des mesures. En utilisant, par exemple, une méthode électrique avec laquelle nous pouvions mettre en évidence des courants de l'ordre de 10^{-11} A, nous avons trouvé, pour la longueur d'onde limite, la valeur $\lambda_0 = 13\,200$ Å. Cette différence importante est due à la sensibilité très supérieure de la méthode optique. La sensibilité de l'œil, en effet, est telle que l'on peut voir une surface dont la brillance est comprise entre 10^{-9} et 10^{-10} sb; l'écran fluorescent, d'autre part, pour les vitesses électroniques utilisées a un rendement de 2 à 4 bd/W. En prenant la valeur maximum 10^{-9} sb, on trouve que le plus petit courant électronique donnant sur l'écran une fluorescence visible à l'œil est de

$$\frac{10^{-9}}{2 \times 13\,000} \approx 10^{-14} \text{ A/cm}^2$$

pour des électrons de 13 000 V.

L'image de la fente étant un rectangle de 10 mm sur 0,4 mm environ, le plus petit courant que l'on pourra observer est de l'ordre de 10^{-15} A.

Dans le cas d'une couche émissive hétérogène, l'équation de Richardson prend, ainsi que nous l'avons montré, la forme

$$i = T^2 \int_{\varphi_i}^{\varphi_k} A(\varphi) F(\varphi) e^{-\frac{e\varphi}{kT}} d\varphi.$$

Nous allons démontrer que la courbe de Richardson présente alors néces-

sairement une courbure positive. N'ayant pu mettre en évidence aucune variation de la longueur d'onde limite avec la température, nous considérerons, pour l'instant, le travail d'extraction des différents éléments émissifs comme indépendant de cette dernière. Posons

$$V = \text{Log} \frac{i}{T^2}, \quad x = \frac{1}{T}.$$

On a

$$V = \text{Log} \int A(\varphi) F(\varphi) e^{-\frac{e\varphi}{k}x} d\varphi.$$

En dérivant par rapport à x deux fois sous le signe somme, on a successivement

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{\int \frac{e\varphi}{k} AF e^{-\frac{e\varphi}{k}x} d\varphi}{\int AF e^{-\frac{e\varphi}{k}x} d\varphi},$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = - \frac{\int \frac{e^2\varphi^2}{k^2} AF e^{-\frac{e\varphi}{k}x} d\varphi \int AF e^{-\frac{e\varphi}{k}x} d\varphi - \left(\int \frac{e\varphi}{k} AF e^{-\frac{e\varphi}{k}x} d\varphi \right)^2}{\left(\int AF e^{-\frac{e\varphi}{k}x} d\varphi \right)^2};$$

$A(\varphi)$ et $F(\varphi)$ sont des fonctions quelconques, mais positives. Nous allons montrer que le numérateur de l'expression précédente est nécessairement positif; nous utiliserons, pour cette démonstration, une méthode identique à celle qui conduit à l'inégalité de Schwarz. Posons

$$f(\varphi) = \frac{e\varphi}{k} \sqrt{AF e^{-\frac{e\varphi}{k}x}}, \quad g(\varphi) = \sqrt{AF e^{-\frac{e\varphi}{k}x}}.$$

Le numérateur s'écrit

$$\int f(\varphi)^2 d\varphi \int g(\varphi)^2 d\varphi - \left[\int f(\varphi) g(\varphi) d\varphi \right]^2.$$

Soit λ un nombre réel, on a

$$\int [f(\varphi) + \lambda g(\varphi)]^2 d\varphi > 0,$$

en éliminant le cas très particulier où les fonctions $f(\varphi)$ et $g(\varphi)$ sont telles que cette expression est nulle. Développons et ordonnons par rapport à λ , le trinôme

$$\lambda^2 \int g(\varphi)^2 d\varphi + 2\lambda \int f(\varphi) g(\varphi) d\varphi + \int f(\varphi)^2 d\varphi$$

est toujours positif, de sorte que l'on a

$$\left[\int f(\varphi) g(\varphi) d\varphi \right]^2 - \int g(\varphi)^2 d\varphi \int f(\varphi)^2 d\varphi < 0.$$

Le numérateur étant positif, il en est de même pour $\frac{d^2\gamma}{dx^2}$, ce qui montre que l'hypothèse d'une hétérogénéité de la couche photoélectrique conduit nécessairement à une courbe de Richardson présentant une courbure positive.

Supposons, pour simplifier, que la couche est constituée par deux catégories d'éléments, les uns ayant un travail d'extraction φ_0 et les

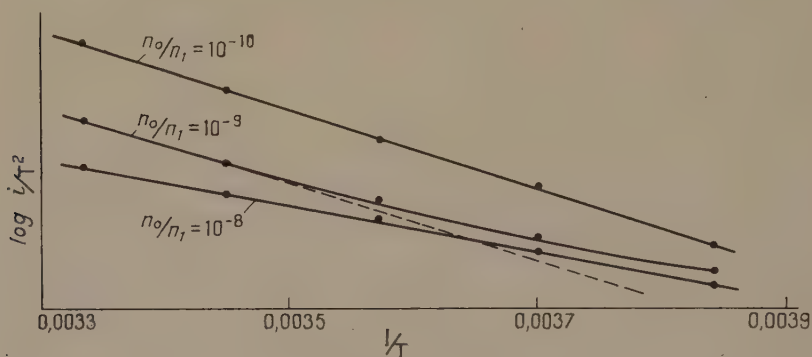


Fig. 33.

autres un travail d'extraction φ_1 ; l'émission thermique d'une telle couche dépend de deux paramètres :

- 1° Le rapport $\frac{\varphi_0}{\varphi_1}$;
- 2° Le rapport $\frac{n_0}{n_1}$ des nombres de ces éléments.

Dans une première étude, nous avons choisi $\varphi_0 = 0,5$ eV et $\varphi_1 = 1$ eV. Les courbes de la figure 33 représentent $\log \frac{i}{T^2}$ en fonction de $\frac{1}{T}$ pour trois valeurs différentes de $\frac{n_0}{n_1}$.

On voit que, dans ce cas, il suffit d'un très petit nombre de centres à faible travail d'extraction $\left(\frac{n_0}{n_1} = 10^{-9} \right)$ pour que la courbe obtenue présente une courbure semblable à celle de la courbe expérimentale. Pour les autres valeurs de $\frac{n_0}{n_1}$, la courbure existe également, mais pour un autre domaine de températures : pour le domaine choisi, les courbes sont pratiquement rectilignes.

D'une manière plus générale, quelle que soit la valeur de $\frac{\varphi_0}{\varphi_1}$ il est toujours possible de trouver un rapport $\frac{n_0}{n_1}$ tel que la courbe de Richardson présente une courbure positive qui est d'autant plus accentuée que $\frac{\varphi_0}{\varphi_1}$ est plus éloigné de l'unité.

On peut conclure en disant que l'hétérogénéité de la couche photoélectrique permet une explication possible de l'anomalie présentée aux basses températures par la courbe de Richardson.

Au cours d'un autre travail, et pour le même télescope électronique, nous avons étudié l'influence de la température sur la sensibilité spectrale de la couche photoélectrique.

Principe des mesures. — Pour cette étude, nous avons employé une

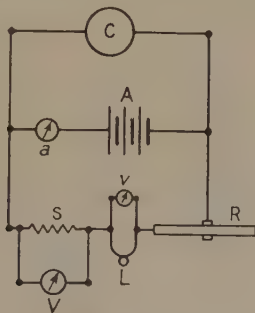


Fig. 34.

méthode électrique. Nous aurions pu utiliser une méthode optique et mesurer, sur l'écran fluorescent, pour différentes longueurs d'onde, la brillance de l'image de la fente de sortie du monochromateur. Une telle étude n'aurait pas été précise car, pour obtenir un pouvoir séparateur suffisant, on est amené à choisir une fente de sortie de l'ordre de $1/10^6$ de millimètre, de sorte que l'image donnée par le télescope étant de dimensions réduites, il est très difficile de mesurer sa brillance avec exactitude. Pour la détermination de la longueur d'onde limite, le problème est tout à fait différent, puisqu'il s'agit de déterminer la longueur d'onde qui correspond à la disparition de l'image de la fente; celle-ci se détachant sur un large fond continu, cette détermination peut être faite avec précision.

Comme précédemment, on forme sur la cathode, à l'aide d'une lentille, l'image de la fente de sortie du monochromateur. Le télescope, placé à l'intérieur d'un tube en verre, est en atmosphère bien sèche, afin d'éviter les courants de fuite qui augmenteraient l'émission résiduelle. L'énergie lumineuse est fournie par une lampe à filament de tungstène alimentée sous 6 V; l'intensité du courant circulant dans la lampe est définie

au $1/1000$ en utilisant un montage proposé par A. Lallemand [51]; ce montage est indiqué sur la figure 34 : C est un chargeur, A un accumulateur de 6 V, L la lampe à filament de tungstène, u et v un ampèremètre et un voltmètre; R est une faible résistance permettant un réglage de l'intensité circulant dans la lampe au cas où, au cours de la manipulation, il y aurait une variation, soit de la force électromotrice, soit de la résistance intérieure de l'accumulateur; S est un shunt de 60 A/120 mV; sa différence de potentiel aux bornes est mesurée à l'aide d'un potentiomètre Meci donnant le $1/100$ mV.

Pour mesurer le courant circulant dans le télescope, nous avons utilisé le

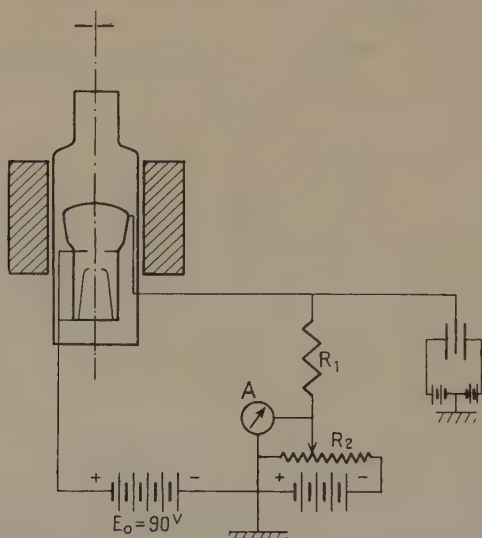


Fig. 35. — Schéma du montage électrique.

montage électrique représenté sur la figure 35. A l'aide d'un dispositif potentiométrique, on compense la chute de tension dans la résistance R_1 ; l'électromètre joue le rôle d'appareil de zéro et la mesure est obtenue à l'aide du dispositif potentiométrique. Cette méthode est très sûre, car on n'a pas à tenir compte des conditions de fonctionnement de la cellule et la correction du courant résiduel est faite très simplement.

La résistance R_1 est une résistance spéciale de $10^{10} \Omega$; nous avons vérifié que sa valeur était bien constante dans le temps. L'appareil de zéro est un électromètre Bouty donnant une précision de $1/50$ V. A l'équilibre, le courant circulant dans le télescope est proportionnel à l'intensité qui traverse le microampèremètre A, en série avec une résistance de $1 M\Omega$. R_2 est un potentiomètre de 200Ω ; la première et la deuxième anode du télescope sont réunies au pôle + d'une batterie de piles de 90 V.

Les mesures ont été effectuées de la manière suivante : pour différentes longueurs d'onde, on détermine :

1° L'énergie e qui passe par la fente de sortie du monochromateur; cette énergie est mesurée à l'aide d'une pile thermoélectrique placée dans l'appareil et reliée à un galvanomètre Zernike. La déviation du

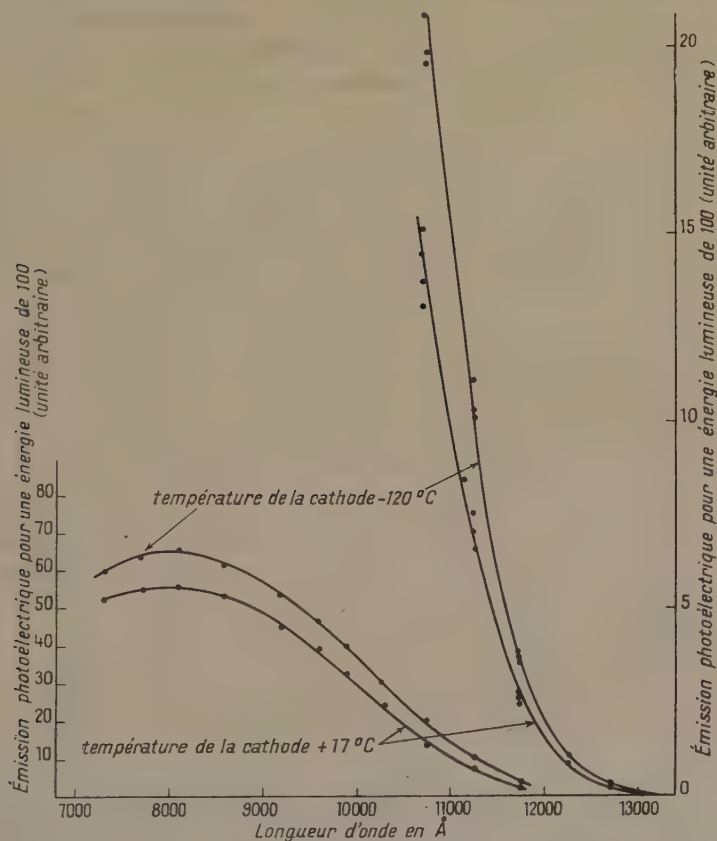


Fig. 36. — Courbe de réponse spectrale pour deux températures de la cathode.

spot, lue sur une échelle située à 2 m, est proportionnelle à cette énergie.

2° Le courant i_0 traversant le microampèremètre A lorsque le télescope est à l'abri de tous photons incidents.

3° Le courant i lorsque le télescope reçoit l'énergie e de longueur d'onde λ .

Les courants i_0 et i étant proportionnels à ceux qui circulent dans l'appareil, la différence $i - i_0$ est proportionnelle au courant photoélectrique émis par la cathode.

Nous avons déterminé les courbes de réponse spectrale pour deux températures de la cathode, $t_0 = +17^\circ \text{C}$ et $t_1 = -120^\circ \text{C}$. Les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 36, sur laquelle, au voisinage de la longueur d'onde limite λ_0 , nous avons représenté les courbes à une échelle agrandie. On voit que λ_0 est indépendante de la température et égale à $13\,200 \text{ \AA}$ environ, alors que la méthode optique fournit la valeur $\lambda_0 = 15\,000 \text{ \AA}$; nous avons déjà donné les raisons de cette différence. On constate, en outre, que la longueur d'onde correspondant à la sensibilité maximum est de $8\,000 \text{ \AA}$ environ, valeur également indépendante de la température.

La sensibilité de la couche, par contre, est très augmentée par abaissement de la température et cette augmentation atteint 20 % pour la sensibilité maximum. Une telle influence de la température sur la sensibilité photoélectrique n'a pas été signalée, à notre connaissance, dans le cas des couches à césium sur argent oxydé. R. Suhrmann et R. Deponte [52] signalent un effet identique dans le cas d'une couche constituée par un dépôt de baryum sur du nickel; l'importance du dépôt de baryum étant telle que le travail de sortie soit minimum, la sensibilité de la couche serait augmentée de 60 % lorsque la température passe de 400 à 20°C .

Les résultats que nous avons obtenus, soit au cours de l'étude de l'émission thermique, soit au cours de l'étude sur l'influence de la température sur la sensibilité photoélectrique, peuvent être résumés ainsi :

1° Aux basses températures, l'émission thermique de la photocathode a une valeur anormalement grande par rapport à la loi de Richardson;

2° La sensibilité photoélectrique est très augmentée par abaissement de la température;

3° La longueur d'onde limite de l'effet photoélectrique est indépendante de la température;

4° La couche photoélectrique doit être considérée comme formée d'éléments émissifs microscopiques ayant une sensibilité différente.

Considérons, par exemple, la courbe représentant à 17°C la variation de l'émission photoélectrique en fonction de la longueur d'onde λ_0 de la lumière incidente. Pour expliquer l'allure de cette courbe, on admet généralement que le rendement quantique de la couche varie avec la longueur d'onde. Supposons, cependant, tout d'abord, pour simplifier le raisonnement, que le coefficient d'absorption et le rendement quantique de la couche sont indépendants de λ_0 . Avec cette hypothèse, lorsque l'on augmente la longueur d'onde de la lumière incidente, tous les éléments émissifs qui ont une longueur d'onde limite supérieure à λ_0 participent à l'émission photoélectrique et le courant émis peut être écrit sous la forme

$$i = k \int_{\lambda_0}^{\infty} G(\lambda) d\lambda = h(\lambda)$$

si $G(\lambda) d\lambda$ est le nombre d'éléments possédant une longueur d'onde limite comprise entre λ et $\lambda + d\lambda$. On voit donc que la fonction de distribution $G(\lambda)$ pourra être déterminée, à un facteur de proportionnalité près, par dérivation de la courbe expérimentale $h(\lambda)$. Pour les deux courbes obtenues, l'une à $+17^{\circ}\text{C}$ et l'autre à -120°C , nous avons effectué cette dérivation à l'aide d'un procédé graphique et nous avons trouvé ainsi les deux fonctions de distribution représentées sur la figure 37. On voit que la fonction de distribution à -120°C est, par rapport à celle à $+17^{\circ}\text{C}$, décalée vers les grandes longueurs d'onde. Ce résultat peut

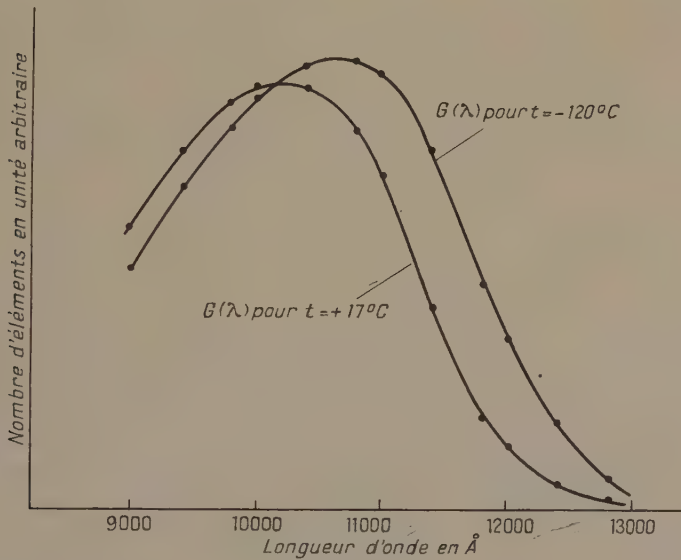


Fig. 37.

s'interpréter en admettant que l'abaissement de température produit une diminution du travail d'extraction de la plupart des centres émissifs, sans modifier, d'une manière appréciable, puisque la longueur d'onde limite de l'effet photoélectrique est indépendante de la température, celui des éléments pour lesquels il est déjà très faible. Cette hypothèse, déduite des mesures d'émission photoélectrique, permet d'expliquer la diminution du travail d'extraction moyen de la couche et constitue également une interprétation possible de la valeur anormalement grande, par rapport à la loi de Richardson, de l'émission thermique aux basses températures.

Pour déterminer les courbes de distribution, nous avons supposé que le coefficient d'absorption et le rendement quantique de la couche étaient indépendants de la longueur d'onde; cette hypothèse simplificatrice n'est

évidemment pas vraisemblable, car on ne comprendrait pas la raison pour laquelle l'émission photoélectrique diminue lorsque la longueur d'onde de la lumière incidente est $< 8\,000\text{ \AA}$. Si l'on considère le rendement quantique et le coefficient d'absorption comme fonctions de la longueur d'onde, il est facile de montrer que les fonctions de distribution déduites des courbes de réponse spectrale seraient encore décalées l'une par rapport à l'autre.

Les résultats obtenus montrent que l'émission thermique de la photocathode constitue la partie la plus importante du courant résiduel. On voit donc tout l'intérêt qu'il y a à utiliser le télescope électronique en refroidissant vigoureusement la photocathode, puisque l'on élimine pratiquement le courant résiduel perturbateur et que l'on augmente la sensibilité de la couche photoélectrique.

Étant donnée l'importance de l'émission parasite d'origine thermique, il nous a semblé intéressant d'étudier la variation de l'éclairement limite en fonction de la température de la photocathode.

3° Etude de la variation de l'éclairement limite de l'objet en fonction de la température de la cathode.

a. Principe des mesures. — L'objet étant éclairé par une lampe étalon de 0,52 bd, on place sur le trajet du faisceau lumineux, entre la lampe et l'objet, un disque de Talbot. En faisant varier l'ouverture du disque et pour différentes températures de la cathode, on peut déterminer la valeur de l'angle pour laquelle la brillance devient uniforme; connaissant la distance lampe-objet, ainsi que l'ouverture du disque, on peut calculer, dans chaque cas, la valeur de l'éclairement limite. Le télescope est isolé de l'atmosphère et placé à l'intérieur d'un tube en verre fermé à ses deux extrémités par une plaque en verre optique. Deux tubulures latérales, soudées au tube à la hauteur de la cathode du télescope, permettent d'insuffler de l'air refroidi par passage dans un serpentin métallique plongeant dans de l'air liquide; en modifiant le débit gazeux, on peut faire varier à volonté la température de la cathode; cette température peut être mesurée au moyen d'un couple fer-constantan, dont la soudure froide est placée au voisinage du centre de la cathode.

b. Résultats. — Les résultats obtenus sont illustrés sur la figure 38. On voit que l'éclairement limite diminue rapidement lorsque l'on abaisse la température et la courbe obtenue rappelle évidemment celle de la variation du courant résiduel en fonction de la température. Il tend, pour les très basses températures, vers une limite qui n'est pas nulle, puisque même dans le cas le plus favorable où l'émission parasite pourrait être supprimée, l'objet doit posséder un éclairement suffisant pour

que, sur l'écran fluorescent, l'image soit visible. La courbe obtenue montre que, pratiquement, il suffira de refroidir la cathode vers -20°C ; un refroidissement plus vigoureux n'augmenterait pas la sensibilité dans de grandes proportions.

Après avoir déterminé l'importance des *causes principales* du courant résiduel, nous allons étudier maintenant les *causes secondaires*.

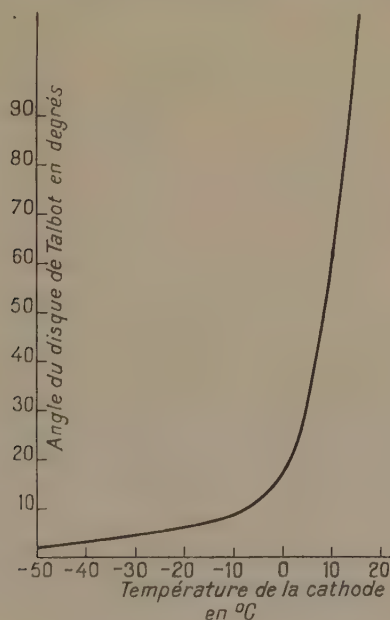


Fig. 38.

Effets que produisent les ions positifs résultant de l'ionisation du gaz resté dans le tube. — Malgré le vide poussé, des molécules gazeuses (césium, oxygène, azote, vapeur d'eau, etc.) sont toujours présentes à l'intérieur du tube. Les électrons issus de la cathode peuvent, lorsqu'ils ont acquis une vitesse suffisante, les ioniser et donner ainsi naissance à des ions positifs. Ces ions positifs, sous l'action du champ électrostatique, se dirigent vers la cathode qu'ils bombardent en produisant des électrons secondaires. Cette émission secondaire est faible, car il faut environ 100 ions pour libérer un électron. Éclairons la cathode en A; si un électron issu de A ne rencontre, au cours de sa trajectoire, aucune molécule gazeuse, il atteint l'écran fluorescent en B, image de A; dans le cas où il y a choc, l'électron primaire est dévié de sa trajectoire normale et atteint l'écran en B', alors que l'électron d'ionisation le rencontre en B". L'ion positif résultant de l'ionisation a, en raison de

sa masse, une vitesse pratiquement négligeable et sous l'action du champ électrostatique il décrit une trajectoire généralement différente de celle de l'électron primaire; cet ion atteint la cathode en A' et s'il donne naissance à un électron secondaire, celui-ci atteint l'écran en B". On voit donc que l'ionisation des molécules gazeuses présentes dans le tube augmente l'émission lumineuse parasite et qu'elle diminue le contraste de l'image. Nous avons tenté de déterminer l'importance des effets dus à l'ionisation de la manière suivante : dans l'obscurité, l'écran fluorescent est le siège d'une émission lumineuse parasite de brillance B_0 . Supposons que l'on éclaire la cathode suivant une petite surface circulaire; ce cercle lumineux donnera, sur l'écran, une image également circulaire. En l'absence d'ionisation, le reste de l'écran posséderait la même brillance B_0 , puisque le courant résiduel n'a pas varié. S'il se produit des ions positifs, cette brillance sera

$$B = B_0 + B_i.$$

L'accroissement de brillance du fond continu est proportionnel, d'une part à l'intensité du courant électronique qui circule dans l'appareil et, d'autre part, au nombre de molécules gazeuses présentes dans le tube. Les mesures de brillance que nous avons effectuées montrent que B et B_0 sont identiques. On en déduit donc que la contribution de l'ionisation à l'émission parasite est peu importante et produit des effets non mesurables avec la méthode de mesures employée. Dans le cas des cellules à multiplicateurs d'électrons, par contre, les électrons secondaires produits par les ions positifs sont multipliés par le processus normal établi pour les électrons photoélectriques et l'ionisation produit un effet qui a pu être mesuré (Rajchman, *loc. cit.*).

Émission d'électrons secondaires par les diaphragmes constituant le système focalisateur. — Le tracé des trajectoires électroniques montre que certains électrons primaires émis par la photocathode peuvent heurter les diaphragmes avec une vitesse suffisante pour donner lieu à une émission secondaire. Si l'on examine la courbe donnant la répartition des vitesses des électrons secondaires pour une vitesse V_p des électrons primaires, on remarque la présence de deux maxima [53]; la plupart des électrons secondaires sont émis avec une vitesse qui, dépendant peu de la vitesse des électrons primaires, est de l'ordre de 10 eV; un certain nombre d'autres ont une vitesse voisine de celle des électrons primaires : ce sont des électrons primaires réfléchis par la surface bombardée. Si un électron primaire donne naissance à plus d'un électron secondaire, on voit que, dans la mesure où ces derniers atteignent l'écran fluorescent, le courant résiduel est augmenté. Nous avons donc cherché quelles pouvaient être les trajectoires de ces deux catégories d'électrons secondaires.

1° *Trajectoires électroniques pour des électrons secondaires de 10 eV.*

— Considérons les électrons secondaires émis en A par le diaphragme E_2 (fig. 39). Dans cette région, le champ électrique est intense, de sorte que, quelle que soit la direction de leur vitesse, les électrons forment un mince pinceau dont la direction moyenne est celle correspondant à l'électron émis dans la direction du champ. La trajectoire 1 correspond à un tel électron : il atteint l'écran à la périphérie de celui-ci. La trajectoire 2 correspond à un électron émis par un autre point de E_2 : il n'atteint pas l'écran et est arrêté par le diaphragme E_3 . La trajectoire 3 est celle d'un électron émis par le premier diaphragme E_1 : il atteint la deuxième anode avant de rencontrer l'écran. Ces tracés montrent donc que les

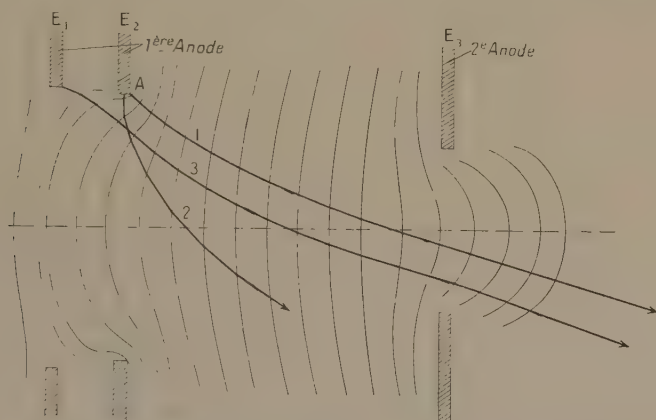


Fig. 39. — Trajectoires d'électrons secondaires de 10 eV.

électrons secondaires à faible vitesse n'accroissent le courant résiduel que dans une région située à la périphérie de l'écran fluorescent. Ce résultat est en parfait accord avec l'expérience, car on constate lorsque l'on examine l'écran dans l'obscurité qu'il est, en effet, beaucoup plus lumineux sur les bords.

2° *Trajectoires électroniques des électrons réfléchis.* — Considérons (fig. 40) le rayon I qui représente la trajectoire d'un électron de 2 eV de vitesse initiale, émis en A perpendiculairement à la cathode ; cet électron rencontre le diaphragme E_1 en B avec une vitesse v_B ; s'il est réfléchi par ce dernier avec une vitesse égale, mais opposée à v_B , il décrira, en raison du principe du retour inverse, une trajectoire BA identique à AB ; si, au contraire, la direction de sa vitesse est différente de v_B , il ne pourra atteindre la cathode et, réfléchi par les équipotentielles voisines de cette dernière, il rebrousse chemin. Les tracés de trajectoires électroniques que nous avons effectués montrant qu'un petit nombre seulement d'électrons réfléchis par les diaphragmes peut atteindre

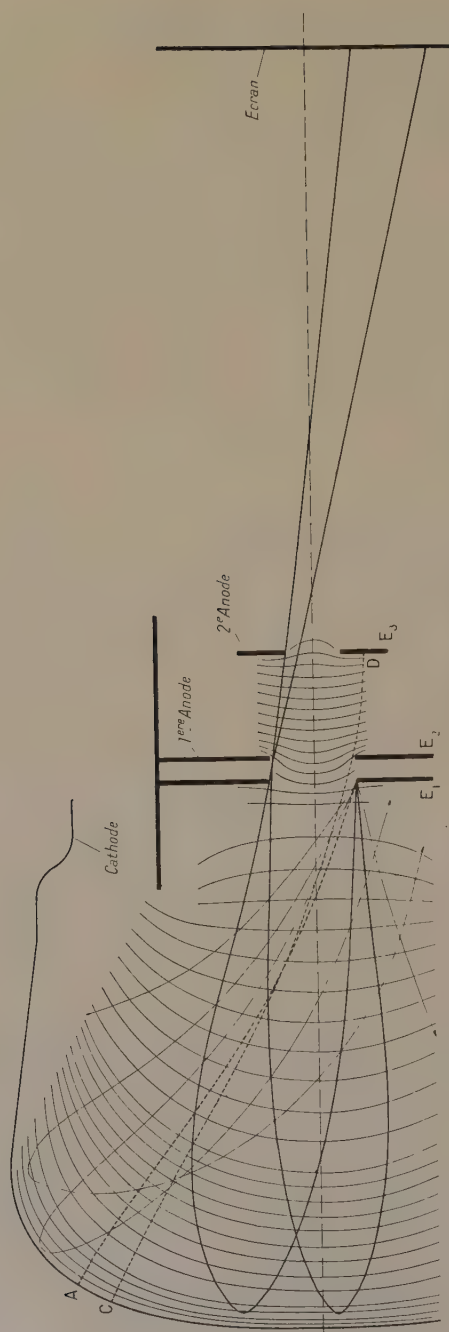


Fig. 40. — Trajectoires d'électrons réfléchis par les diaphragmes.

l'écran fluorescent, il s'ensuit que l'émission lumineuse parasite ne sera que très faiblement augmentée par ces derniers. On voit donc que, seuls, les électrons secondaires de faible vitesse ont une action vraiment néfaste, puisqu'ils augmentent sur les bords de l'écran la brillance du fond continu. Ce halo étant très gênant lorsque l'on a à examiner des objets faiblement éclairés, on devra choisir l'ouverture utile sur la cathode suffisamment petite de manière qu'aucun électron photoélectrique ne puisse rencontrer les diaphragmes.

Émission lumineuse de l'écran fluorescent. — Les photons émis par l'écran fluorescent peuvent atteindre la cathode et être la cause d'une émission électronique parasite. Pour une couche $\text{Ag}-\text{Cs}^2\text{O}-\text{Cs}$, la longueur d'onde de photons émis correspond à une région de faible sensibilité, de sorte que la luminosité de l'écran a une action peu importante. On devra en tenir compte si la photocathode est constituée par une couche dont le maximum de sensibilité est dans le visible; il suffit alors de déposer, sur l'écran fluorescent, une mince pellicule d'aluminium opaque à la lumière émise par celui-ci.

Conclusions. — Les principaux résultats obtenus au cours de ce travail peuvent être résumés comme suit :

1° Dans le cas d'un objectif à immersion constitué par une cathode plane et par deux diaphragmes :

a. Nous avons établi deux formules permettant de calculer rapidement la position du plan image et le grandissement linéaire. Ces formules ayant été établies en supposant que les diaphragmes ont un très petit diamètre, nous avons déterminé leur domaine d'application à l'aide des méthodes générales de calcul des propriétés du premier ordre des lentilles électroniques. Cette étude a permis de montrer que la convergence de l'objectif était d'autant plus grande que le diamètre des diaphragmes était plus petit.

b. A l'aide de ces formules, nous avons montré que chaque grandissement linéaire était caractérisé par une valeur déterminée du rapport des champs électriques existant de part et d'autre du premier diaphragme, valeur qui est approximativement indépendante des autres paramètres. Comme application, nous avons calculé différents télescopes électroniques permettant d'obtenir des grossissements de 1, 1/10 et 1/100; les schémas donnés ne doivent être considérés que comme des schémas de principe servant de base à une détermination plus exacte de la valeur des différents paramètres.

c. Nous avons montré que le potentiel le long de l'axe ainsi que ses dérivées pouvaient être calculés avec une très bonne approximation en considérant le potentiel comme une combinaison linéaire de fonctions dans lesquelles les variables ont été séparées. Par cette méthode, les

dérivées sont calculées avec une précision supérieure à celle que l'on obtient lorsqu'on les détermine graphiquement.

2° Nous avons exposé une méthode numérique permettant de calculer les trajectoires électroniques marginales. La comparaison, dans le cas particulier du mouvement d'un électron dans le champ électrostatique créé par un condensateur sphérique, de la trajectoire calculée par ce procédé avec celle obtenue par la mécanique rationnelle, montre que la position et la direction de la vitesse d'un électron sont déterminées avec une grande précision. Nous avons appliqué cette méthode à l'évaluation de la courbure de champ d'un télescope électronique déterminé et nous avons montré que, malgré la présence d'une cathode courbe, la courbure de la surface image est très accentuée. Étant donné qu'il est pratiquement impossible de courber davantage la photocathode, l'amélioration de la définition de l'image doit être recherchée dans une augmentation du gradient de potentiel au voisinage de la cathode.

3° Nous avons analysé systématiquement et déterminé l'importance des diverses causes possibles de lumière parasite :

a. En étudiant la variation de l'émission parasite en fonction du potentiel de la première anode, nous avons montré que la présence d'un gradient de potentiel de l'ordre de 400 V/cm au voisinage de la cathode ne produit qu'une très faible émission de champ.

b. Nous avons étudié la variation de l'émission parasite en fonction de la température de la photocathode et nous avons montré que, pour les basses températures, cette émission n'obéit pas à la loi de Richardson. L'hypothèse de Rajchman sur l'existence d'une émission parasite indépendante de la température ne permet pas d'expliquer les écarts observés.

c. Nous avons montré à l'aide de mesures photométriques que la longueur d'onde limite de l'effet photoélectrique est indépendante de la température. La comparaison des travaux d'extraction déduits, d'une part, des mesures thermiques et, d'autre part, des mesures photoélectriques, nous a conduit à admettre que la couche photoélectrique considérée est constituée par un grand nombre d'éléments microscopiques possédant un travail d'extraction différent. En supposant que les éléments émissifs sont répartis suivant une fonction de distribution quelconque, nous avons pu démontrer que la courbe de Richardson présente alors nécessairement une courbure positive. Les calculs effectués dans le cas simple où la couche n'est constituée que par deux catégories d'éléments montrent que pour un rapport déterminé des nombres de ces derniers, la courbe obtenue présente une courbure semblable à la courbe expérimentale.

d. Nous avons montré que la sensibilité photoélectrique d'une couche $\text{Ag—Cs}_2\text{O—Cs}$ est augmentée par abaissement de la température; nous avons interprété ces résultats expérimentaux en admettant que

l'abaissement de température produit une diminution du travail d'extraction de la plupart des centres, sans modifier d'une manière appréciable celui des éléments pour lesquels il est déjà très faible.

e. Nous avons analysé les effets que peuvent produire les ions positifs résultant de l'ionisation des molécules gazeuses présentes dans le tube et nous avons montré expérimentalement qu'ils n'augmentent pas, d'une manière appréciable, l'émission lumineuse parasite de l'écran fluorescent.

f. Certains électrons primaires donnent naissance à une émission secondaire lorsqu'ils heurtent les diaphragmes; nous avons montré que les électrons secondaires de faible vitesse augmentent l'émission lumineuse parasite sur les bords de l'écran, alors que les électrons secondaires de grande vitesse (électrons primaires réfléchis) ont une action tout à fait négligeable.

Remerciements. — Nous désirons exprimer notre profonde gratitude à M. A. Lallemand, astronome à l'Observatoire de Paris, qui a bien voulu accepter de diriger ce travail et qui ne nous a épargné ni son temps ni ses conseils les plus précieux.

Nous remercions le Capitaine de Corvette Munsch, ainsi que le personnel du Laboratoire d'Électronique de l'Observatoire de Paris pour l'aide matérielle que nous avons reçue.

Nous remercions également M. S. Goldzstaub, maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Strasbourg, qui a bien voulu mettre à notre disposition sa cuve électrolytique au Laboratoire Central des Services chimiques de l'État.

Nous adressons enfin tous nos remerciements au Docteur W. Veith avec lequel nous avons eu de nombreux échanges de vue toujours pleins d'intérêt.

BIBLIOGRAPHIE.

1. A. LALLEMAND, Conférence faite au Centre de Perfectionnement technique en 1945.
2. G. HOLST, J. H. DE BOER, M. C. TEVES et C. F. VEENEMANS, *Physica*, t. 1, 1934, p. 297-305.
3. F. COETERIER et M. C. TEVES, *Physica*, t. 3, 1936, p. 968.
4. W. HEIMAN, *E. N. T.*, t. 12, 1936, p. 68.
5. W. SCHAFFERNICHT, *Z. Physik*, t. 93, 1935, p. 762.
6. V. K. ZWORYKIN et G. A. MORTON, *J. Opt. Soc. Amer.*, t. 26, 1936, p. 181-189.
7. H. IAMS, G. A. MORTON et V. K. ZWORYKIN, *Proc. Inst. Rad. Eng.*, New-York, t. 27, 1939, p. 541-547.
8. F. COETERIER et M. C. TEVES, *Physica*, t. 4, 1937, p. 33.
9. G. A. MORTON et L. E. FLORY, *Electronics*, t. 19, 1946, p. 112.
10. A. M. GLOVER et R. B. JANES, *Electronics*, t. 13, 1940, p. 26.
11. R. FLEISCHER, *Phys. Zeit.*, t. 32, 1931, p. 217.
12. R. W. BERRIMAN, *Nature*, t. 161, 1948, p. 432.

13. R. H. HERZ, *Nature*, t. 161, 1948, p. 928.
14. R. GANS, *Z. Tech. Phys.*, t. 18, 1937, p. 41-48.
15. J. PICT, *Einführung in die Theorie der Elektronenoptik*, Johann Ambrosius Barth, Leipzig, 1939, p. 13.
16. O. SCHERZER, *Z. Physik*, t. 80, 1933, p. 193.
17. F. GRAY, *Bell Syst. techn. J.*, t. 18, 1939, p. 1-29.
18. S. BERTRAM, *Proc. Inst. Rad. Eng.*, New-York, t. 28, 1940, p. 418-420.
19. M. KORMES, *Rev. Sc. Instr.*, t. 14, 1943, p. 248-250.
20. G. H. SHORTLEY et R. WELLER, *J. Appl. Phys.*, t. 9, 1938, p. 334-348.
21. J. PÉRÈS et L. MALAVARD, *Bull. Soc. franç. Electr.*, t. 92, 1938, p. 715-744.
22. M. BOWMAN-MANIFOLD et F. H. NICOLL, *Nature*, t. 140, 1938, p. 39.
23. J. PICT, *Einführung in die Theorie der Elektronenoptik*, Johann Ambrosius Barth, Leipzig, 1939, p. 9.
24. A. RECKNAGEL, *Z. Physik*, t. 104, 1937, p. 381.
25. H. BRÜCK et L. ROMANI, *Cahiers de Physique*, t. 24, 1944, p. 15.
26. J. PICT, *Ann. Physik*, t. 15, 1932, p. 926.
27. W. HENNEBERG et A. RECKNAGEL, *Z. techn. Phys.*, t. 8, 1935, p. 230-235.
28. L. ARTZIMOCITCH, *Bull. Acad. Sc. U. R. S. S., série phys.*, t. 6, 1944, p. 313.
29. V. K. ZWORYKIN, *Electron optics and the electron microscope*, John Wiley and Sons, New-York, 1945, p. 585.
30. G. A. MORTON et E. G. RAMBERG, *Physics*, t. 7, 1936, p. 451-459.
31. M. DUCHESNE, *Mémorial des Services chimiques de l'État*, t. 33, 1947, p. 367.
32. R. MUSSON-GENON, *C. R. Acad. Sc.*, t. 222, 1946, p. 858-860.
33. M. DUCHESNE, *J. Phys. Rad.*, t. 5, 1947, p. 19 S.
34. J. MIROUX, *O.N.E.R.A., Rapport 1/769 A*.
35. F. BASHFORTH et J. C. ADAMS, *Capillary Action*, Cambridge University Press, 1883.
26. V. M. FALKNER, *Phil. Mag.*, t. 21, 1936, p. 624.
37. W. E. MILNE, *Amer. Math. Monthly*, t. 33, 1926, p. 455.
38. C. RUNGE, *Math. Ann.*, t. 46, 1895.
39. W. KUTTA, *Z. Math. Physik*, t. 46, 1901, p. 443.
40. J. B. SCARBOROUGH, *Numerical Mathematical Analysis*, The Johns Hopkins Press, Baltimore, 1930.
41. V. K. ZWORYKIN, *Electron Optics and the Electron Microscope*, John Wiley and Sons, New-York, 1945, p. 373.
42. W. B. NOTTINGHAM, *Phys. Rev.*, t. 51, 1937, p. 591.
43. J. RAJCHMAN, *Thèse*, Zurich, 1938, p. 90.
44. P. GORLICH, *Z. Physik*, t. 116, 1940, p. 704.
45. N. R. CAMBELL, *Phil. Mag.*, t. 12, 1931, p. 173.
46. L. R. KOLLER, *Phys. Rev.*, t. 33, 1929, p. 1082.
47. W. SCHOTTKY et H. ROTHE, *Handb. Exper. Physik*, 2^e série, t. 13, 1928, p. 164.
48. R. SUHRMANN et F. W. DEHMELT, *Z. Physik*, t. 118, 1942, p. 667.
49. J. H. DE BOER, *Elektronenemission und Adsorptionserscheinungen*, Johann Ambrosius Barth, Leipzig, 1937, p. 120.
50. M. DUCHESNE, *C. R. Acad. Sc.*, t. 22, 1948, p. 1155.
51. A. LALLEMAND, *Rev. Opt. (Théor. instrum.)*, t. 15, 1936, p. 113.
52. R. SUHRMANN et R. DEPONTE, *Z. Physik*, t. 86, 1933, p. 615.
53. E. RUDBERG, *Proc. Roy. Soc.*, t. 127, 1930, p. 111.

SECONDE THÈSE.

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Les cristaux compteurs.

Vu et approuvé :

Paris, le 25 novembre 1949.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

A. CHÂTELET.

Vu et permis d'imprimer :

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

JEAN SARRAILH.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS

55, Quai des Grands-Augustins.

142523-53

Dépôt légal Imprimeur, 1953, n° 849

PARIS — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS

55, Quai des Grands-Augustins.

142523
